

台北市立陽明高中 高二下自然組 動手動腦

單元：2-3 排列 (1)

班級：

座號：

姓名：

一、單選題：

- 有八個座位排成一排，今甲、乙、丙三人選完全不相連（即兩兩分開）的位子而坐，則有多少種坐法？
(A) 8! (B) 7! (C) 6! (D) 5! (E) 4!
- 有 5 對情侶，圍成一圓形，作環狀排列，若每對情侶都相鄰，且排成一男一女的情形，則有多少種排法？
(A) 48 (B) 120 (C) 144 (D) 768 (E) 10!
- 由 0、1、2、3、4、5 六個數字，不重複排成三位數，其為 3 的倍數共有多少個？
(A) 20 (B) 24 (C) 34 (D) 40 (E) 44
- 由 1、2、3、4、5、6 六個數字所組成（數字可以重複）的四位數中，含有奇數個 1 的共有
(A) 260 個 (B) 368 個 (C) 486 個 (D) 520 個 (E) 648 個
- 5 男 4 女排成一列，且 4 位女士完全不相鄰的排法有
(A) 9! (B) $5! \times 4!$ (C) $5! \times P_4^5$ (D) $5! \times P_4^6$ (E) $5! \times P_4^9$

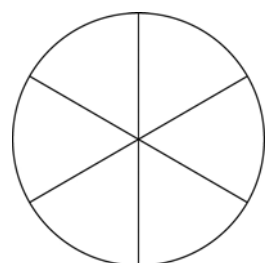
二、多選題：

- 甲、乙、丙、丁、戊、己等六人圍一圓圈而坐，依下列各情形，求其排列數？
(A) 任意排列有 120 種方法 (B) 甲、乙兩人相對有 24 種方法 (C) 甲、乙兩人相鄰有 48 種方法 (D) 甲、乙相對且丙、丁相鄰有 8 種方法 (E) 甲、乙相對且丙、丁相鄰且丁戊相鄰有 2 種方法。
- 若將 1, 2, 3, 4, 5, 6 六個數字全取排成六位數，下列何者正確？
(A) 4 的倍數有 192 個 (B) 6 的倍數有 360 個 (C) 大於 600000 的六位數有 120 個 (D) 小於 600000 的六位數有 600 個 (E) 若所有六位數之總和為 $m \times (10^6 - 1)$ ，則 $m = 280$ 。

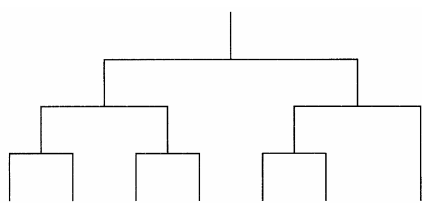
- 有 5 個不同禮品，全部分給甲、乙、丙三人，下列分法何者正確？
(A) 任意分有 343 種 (B) 甲恰得 1 件有 120 種 (C) 乙恰得一件有 80 種 (D) 甲至少得一件有 211 種 (E) 每人至少得一件，可用排容原理， A ：甲未得， B ：乙未得， C ：丙未得，則有全部 $-(A \cup B \cup C) = 3^5 - (3 \times 2^5 - 3 \times 1^5 + 1 \times 0^5) = 150$
- 若將 1, 2, 3, 4, 5, 6 六個數字全取排成六位數，下列何者正確？
(A) 六位數共有 720 個 (B) 偶數有 360 個 (C) 3 的倍數有 720 個 (D) 5 的倍數有 120 個 (E) 9 的倍數有 120 個。
- 7 種顏色供塗下列各多面體，每面一色，各面異色，下列何者真確？
(A) 正四面體塗法有 70 種 (B) 正立方體之塗法有 210 種 (C) 正四角錐台之塗法有 1260 種 (D) 長寬高互不相等之長方體塗法有 720 種 (E) 長寬相等與高不等之長方體之塗法有 630 種。

三、填充題：

- 某班於每週三這一天，要排出指定的 8 節不同的課，其中數學課不排在第 5 節，體育課不排在第一節，班會必排在第 8 節，則有_____種排法。
- 由 0、1、2、3、4、5、6 中任取 3 個相異數組成三位數，其中恰為 4 的倍數有_____個。
- 如附圖，若摩天輪正面分 6 個全等區域，各用不同顏色燈光裝飾，今有 8 種不同顏色燈光可用，則有_____種不同排列。



4. 有 4 男 3 女排成一列，但 3 位女性不相鄰，有_____種排法。
5. 甲、乙、丙、丁四人取出自己的名片交換，每人拿回一張，則每人均不拿回自己名片之方法有_____種。
6. 有甲、乙、丙等 7 人坐成一排，其中甲、乙、丙三人順序不能改變且不能相鄰之排法共有_____種排法。
7. 今有高低不同之 9 位同學排成一列，欲使任一較高者不夾在二較矮者之間，則其排法有_____種。
8. 2 個相同的紅球，3 個相同的白球，分給兒童每人至多一個，球要分完，下列各種情形，分法若干？
(1) 分給 5 人_____。(2) 分給 6 人_____。
9. 令 $A = \{(x, y, z) \mid 1 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 4, 1 \leq z \leq 4, x, y, z \in N\}$, $B = \{(x, y, z) \mid 1 \leq x \leq y \leq z \leq 4, x, y, z \in N\}$, $C = \{(x, y, z) \mid 1 \leq x < y < z \leq 4, x, y, z \in N\}$, 則 $n(A) = \underline{\hspace{2cm}}$, $n(B) = \underline{\hspace{2cm}}$, $n(C) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
10. $P_4^{n+2} = 72 \times P_2^n$, 則 $P_3^{n+1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
11. 將九個相同的球投入三個不同的箱子（球全數投完），則有_____種投法；又若每箱子至少一球，其方法有_____種。
12. 如附圖，7 隊參加比賽，賽程為單淘汰制如上，共有多少種排法？答：_____。



13. 自 0、1、2、3、4、5 共六個數字中，每次取四個數字排成四位數，數字不可重複，由小至大排列，則 3412 是第_____個數。
14. 6 本不同的書，分給甲、乙、丙、丁四人，
(1) 任意分（有人可兼得或不得）之方法有_____種。
(2) 甲沒得到，乙至少得一本之分法有_____種。
(3) 甲、乙、丙每人至少得一本之分法有_____種。
15. 有顏色紅、黃、藍、黑、白、...等 10 顆不同珠子串成項圈，問黑色珠子不能與紅、黃、藍三粒中之任一相鄰之串法有_____種。
16. 以 0、1、2、3、4 不重複作 5 位數，此五位數依由小至大順序排列，即第 1 個為 10234，最後一個為 43210，則其中 24130 為第_____個。
17. 以 7 種不同顏色塗一正立方體各面，每面異色，可塗出_____種不同的正立方體。
18. 一對主人夫婦邀宴四對賓客夫婦，共 10 人圍一圓桌而坐，則每對夫婦均相鄰且男女相間而坐的方法有_____種。
19. 將 6 件不同的玩具，分給甲、乙、丙、丁四童，每人可兼得，可不得，其中甲至少得一件的分法有_____種。
20. 渡船三艘，每艘安全過渡只能載六人，七人同時過渡，其法有_____。

台北市立陽明高中 高二下自然組 動手動腦解答

單元：2-3 排列 (1)

班級：

座號：

姓名：

一、單選題：

1. 答案：D

淵子說 排 5 個空位，再從 6 個間隔取 3 個排入，
 $1 \times 6 \times 5 \times 4 = 120 = 5!$

2. 答案：A

淵子說 $1 \times 4! \times 2 = 48$ ，5 對有 4!，男女間隔有 2 種

3. 答案：D

4. 答案：D

5. 答案：D

淵子說 先排 5 男 $\Rightarrow 5!$ ，有 6 個間隔，排入 4 位女士 $\Rightarrow P_4^6$
 故 $5! \times P_4^6$

二、多選題：

1. 答案：ABCD

淵子說 (A) $5! = 120$

(B) $4! = 24$

(C) $4! \times 2 = 48$

(D) $\frac{3!}{3} \times 2! \times 2! = 8$

(E) 沒有這種坐法，故排列數為 0

2. 答案：ABCDE

淵子說 (A) $4! \times 2 + 4! \times 3 \times 2 = 192$

(B) 6 之倍數，即 2 的倍數且 3 的倍數， $3 \cdot 5!$

(C) $5!$

(D) $6! - 5! = 600$

(E) $(1+2+3+4+5+6) \times 5! \times 111111 = 21 \times 120 \times 111111 = 280 \times 999999$

3. 答案：CDE

淵子說 (A) 每件禮品有 3 種分法 $\Rightarrow 3^5 = 243$

(B) 甲有 5 種，其餘任意分 $\Rightarrow 5 \times 2^4 = 80$

(C) 同(B)

(D) 全一甲未得 $= 3^5 - 2^5 = 211$

(E) 正確

4. 答案：ABCD

淵子說 (A) $6!$

(B) $3 \cdot 5!$

(C) $1+2+3+4+5+6=21$ 為 3 的倍數

(D) 個位數字為 5， $5!$

(E) 9 不整除 21，無 9 之倍數

5. 答案：ABE

淵子說 (A) $\frac{P_4^7}{4 \times 3} = 70$ (B) $\frac{P_6^7}{6 \times 4} = 210$

(C) $\frac{P_5^7}{4} = 630$ (D) $\frac{P_6^7}{2 \times 2} = 1260$

(E) $\frac{P_6^7}{2 \times 4} = 630$

三、填充題：

1. 答案：3720

2. 答案：52

淵子說 4 的倍數由末兩位決定，有 04、12、16、20、24、32、36、40、52、56、60、64，
 分成含 0，04、20、40、60 四個，及不含 0，八個，
 故有 $4 \times 5 + 8 \times 4 = 20 + 32 = 52$ 個

↓ ↓
 百位 百位且扣除 0

3. 答案：3360

淵子說 有 $\frac{P_6^8}{6} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{6} = 3360$

4. 答案：1440

淵子說 先排男生 4!，有 5 個間隔排女生
 $\Rightarrow 4! \times P_3^5 = 24 \times 5 \times 4 \times 3 = 1440$

5. 答案：9

淵子說 $(4!) - 4(3!) + 6(2!) - 4(1!) + (0!) = 9$

6. 答案：240

7. 答案：256

8. 答案：(1) 10；(2) 60

9. 答案：64，20，4

淵子說 (1) $n(A) = 4^3 = 64$ ；

(2) 當 $z=4$ ，有 $4+3+2+1=10$ 種；當 $z=3$ ，有 $3+2+1=6$ 種；

當 $z=2$ ，有 $2+1=3$ 種；當 $z=1$ ，有 1 種；

$n(B) = 10+6+3+1=20$ ；

(3) 可能情況有： $(1, 2, 3)$ ， $(1, 2, 4)$ ， $(1, 3, 4)$ ， $(2, 3, 4)$ ，故 $n(C) = 4$

10. 答案：336

淵子說 $(n+2)(n+1)n(n-1) = 72 \times n(n-1)$ ， $(n+2)(n+1) = 72$ ， $n=7$ 或 -10 ， $(-10$ 不合)；

$P_3^{n+1} = P_3^8 = 8 \times 7 \times 6 = 336$

11. 答案：55；28

淵子說 $H_9^3 = C_9^{11} = C_2^{11} = 55$ ；

先將每個箱子各放入一球，再將剩下的六球任意分配，則方法數有 $H_6^3 = C_6^8 = C_2^8 = 28$

12. 答案：315

淵子說 由右排到左： $7 \times \frac{6 \times 5}{2} \times \left(\frac{4 \times 3}{2} \cdot \frac{2 \times 1}{2} \right) \times \frac{1}{2} = 315$

13. 答案：161

淵子說 $1 \times \times \times \sim 5 \times 4 \times 3 = 60$

$2 \times \times \times \sim 5 \times 4 \times 3 = 60$

$30 \times \times \sim 4 \times 3 = 12$

$$31 \times \times \sim 4 \times 3 = 12$$

$$32 \times \times \sim 4 \times 3 = 12$$

$$34 \ 0 \times \sim 3$$

$$34 \ 1 \ 0$$

$$\sim 2$$

$$2$$

$$60 + 60 + 12 + 12 + 12 + 3 + 2 = 161$$

∴第 161 個數

14. 答案：(1) 4096；(2) 665；(3) 2100

淵子說 (1) $4^6 = 4096$

$$(2) \text{ (乙、丙、丁三人分) - (乙不得) : } 3^6 - 2^6 = 729 - 64 = 665$$

$$(3) \text{ 全部 - (一人沒得) + (二人沒得) - (三人沒得) : } 4^6 - 3 \times 3^6 + 3 \times 2^6 - 1^6 = 2100$$

15. 答案：75600

淵子說 全部 - (黑與紅、黃、藍其一相鄰) + (黑與紅、黃、藍其二相鄰)：

$$\frac{9!}{2} - (3 \times \frac{8!}{2} \times 2) + (3 \times 2 \times \frac{7!}{2}) = 75600$$

16. 答案：46

淵子說 $1 \square \square \square \square \Rightarrow$ 有 $4! = 24$ 個， $20 \square \square \square \Rightarrow$ 有 $3! = 6$ 個， $21 \square \square \square \Rightarrow$ 有 $3! = 6$ 個

$23 \square \square \square \Rightarrow$ 有 $3! = 6$ 個， $240 \square \square \Rightarrow$ 有 $2! = 2$ 個，

$241 \square \square \Rightarrow$ 有 $2! = 2$ 個

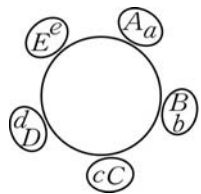
而 24130 為 $241 \square \square$ 之最大數

故 24130 為第 $24 + 6 + 6 + 6 + 2 + 2 = 46$ (個)

17. 答案：210

18. 答案：48

淵子說 $\frac{5!}{5} \times 2! \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 48$



19. 答案：3367

20. 答案：2184

淵子說 利用全部扣除七人同船，故為 $3^7 - 3 = 2184$