

# 台北市立陽明高中 高二下自然組 動手動腦

單元：2-3 排列 (2)

班級：

座號：

姓名：

## 一、單選題：

- 甲、乙二人在排成一列的 5 個坐位中，選坐相連的兩個座位，共有多少種坐法？  
(A) 25 (B) 10 (C) 8 (D) 4 (E) 12
- 用 8 種顏色塗一正六角柱體（上下底為正六邊形，側面為六個全等矩形），每面恰塗一色，顏色不重覆，塗法有幾種？(A) 2520 (B) 3120 (C) 3360 (D) 3580 (E) 6720
- 四對夫婦，圍一圓桌坐，主人夫婦須相鄰，共有多少種不同之坐法？(A) 5040 (B) 1440 (C) 144 (D) 96 (E) 720
- 設 A、B、C、D、E、F 等 6 位小朋友排成一行去郊遊，其中 A 年紀較小，不敢排在首、尾兩個位置，另 C、D 是好朋友，一定要相鄰，則其排法共有多少種？  
(A) 72 種 (B) 144 種 (C) 192 種 (D) 288 種 (E) 720 種
- 我國自用小汽車的牌照號碼，前兩位為大寫英文字母，後四位為數字，例如 AB-0950，若最後一位數字不用 4，且後四位數字沒有 0000 這個號碼，那麼我國可能有的自用小汽車牌照號碼有多少個？  
(A)  $26 \times 25 \times (4320 - 1)$  (B)  $26 \times 25 \times 4320 - 1$  (C)  $26 \times 25 \times (5040 - 1)$  (D)  $26 \times 26 \times (9000 - 1)$  (E)  $26 \times 26 \times 9000 - 1$

## 二、多選題：

- 甲、乙、丙、丁、戊、己等 6 人排成一列，則下列何者正確？(A) 任意排有 720 種 (B) 甲不排首位，乙必排末位，共有 96 種 (C) 甲乙丙三人完全相鄰，有 144 種 (D) 甲乙丙三人完全不相鄰，有 576 種 (E) 甲乙不排首，且丙丁不排尾，有 336 種排法
- 將「庭院深深深幾許」七個字全取排成一列，則下列敘述哪些是正確的？  
(A) 任意排有 840 種方法  
(B) 三個「深」字不完全相連有 120 種方法  
(C) 三個「深」字完全不相連有 240 種方法  
(D) 三個「深」字至少有二個相連有 360 種方法  
(E) 三個「深」字恰有二個相連有 480 種方法

- 已知  $5P_4^{n+3} = 72P_3^{n+1}$ ，則下列敘述哪些是正確的？  
(A)  $P_2^n = 42$  (B)  $P_3^n = 120$  (C)  $P_4^n = 360$   
(D)  $P_2^{n-1} = 6$  (E)  $P_n^n = 1$

- 有甲、乙、…、己等 6 位排成一列，下列排法何者正確？  
(A) 任意排成一列有 720 種 (B) 甲一定排第一位有 120 種 (C) 乙不排最後一位有 620 種 (D) 甲一定排在乙左邊有 360 種 (E) 乙、丙均與甲相鄰有 48 種
- $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ，由 A 中之元素所排成每位數字互異之四位數，下列何者為真？  
(A) 此種四位數共有 300 個 (B) 其中奇數共有 140 個  
(C) 其中 4 之倍數共有 72 個 (D) 其中 3 之倍數共有 96 個 (E) 大於 2300 者有 216 個。

## 三、填充題：

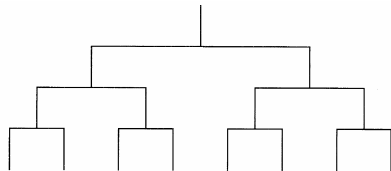
- 有渡船 3 艘，每船最多可載 4 人，今有甲、乙、…等 6 人同時過渡，但甲乙兩人不能坐同一艘船，則此 6 人同時過渡的方法有\_\_\_\_\_種。
- 共五種不同的顏色，塗房間六面（天花板、地板、四面牆壁）顏色可重複使用，但相鄰著異色，共\_\_\_\_\_種方法。
- 觀察下列  $3 \times 3$  與  $4 \times 4$  方格中的數字規型：  
如果在  $10 \times 10$  的方格上，仿上面規律填入數字，則所填入的 100 個數字之總和為\_\_\_\_\_。

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 1 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 |

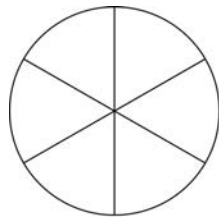
|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 2 | 3 | 3 |
| 1 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

- 甲、乙、丙、丁、戊、己六人排成一列，問：  
(1) 甲不排第一位，乙不排第二位，丙不排第三位之方法有\_\_\_\_\_種。  
(2) 甲、乙相鄰，丙、丁不相鄰之排法有\_\_\_\_\_種。  
(3) 甲不與丙、丁相鄰之排法有\_\_\_\_\_種。  
(4) 甲在乙前面，乙在丙前面之排法有\_\_\_\_\_種。

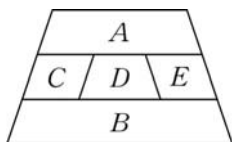
5. 用 0、1、2、3、4、5 作成數字相異的四位數 (數字不許重複) 可作成\_\_\_\_\_個, 其總和為\_\_\_\_\_。
6. 如附圖, 8 隊參加比賽, 賽程為單淘汰制如上, 其中甲、乙兩隊為種子隊伍, 在第一輪不會碰上, 請問有多少種排法? 答: \_\_\_\_\_。又如甲、乙兩隊在第一、二輪都不會碰上, 請問有\_\_\_\_\_種排法?



7. 4 本相同的書任意分給 6 人, 共有\_\_\_\_\_種分法?
8. 4 本不同的書分給 6 人, 每人至多 1 本, 共有\_\_\_\_\_種分法?
9. 如下圖所示, 某摩天輪等分為 6 個全等區域。為了夜間的燈光造景, 6 個區域分別採用不同顏色的燈光裝飾。若有 7 種不同顏色的燈光可供使用, 則此摩天輪正面的夜間燈光造景共有\_\_\_\_\_種不同的顏色排列方式。



10. 以七種不同顏色, 塗入附圖中  $ABCDE$  各部分, 每色可重複使用, 但相鄰部分不得同色, 則有\_\_\_\_\_種不同的塗法。

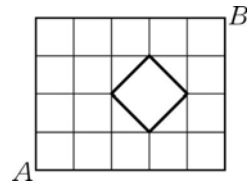


11. 甲、乙、丙、丁、戊、己六人排成一列, 則甲在乙、丙之左的排法有\_\_\_\_\_種。
12. 4 個  $a$ , 3 個  $b$ , 2 個  $c$  排成一列, 共有\_\_\_\_\_種排法?
13. 九人組成棒球隊, 三、四棒人選已定, 投手、捕手兩人只能排在七、八、九棒, 問教練可以排出\_\_\_\_\_種不同的打擊順序。
14. 有甲、乙、丙、丁...等 10 人排成一列照相, 為了美觀, 規定每個人的兩側均不能同時和較高的兩人相鄰。則共有\_\_\_\_\_種排法。

15. 以 1, 2, 3, 4, 5 作成五位數,  
(1) 若每位數字不同, 這些五位數中, 大於 32000 的共有\_\_\_\_\_個。  
(2) 若每位數字可以重複, 這些五位數中, 大於 23400 者有\_\_\_\_\_個。

16. 若  $P_3^n : P_3^{n+2} = 5 : 12$ , 則  $n =$ \_\_\_\_\_。

17. 附圖中, 由  $A \rightarrow B$  走捷徑的方法有\_\_\_\_\_種。



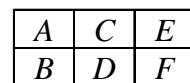
18. 有 9 位同學, 其中 3 位高三, 4 位高二, 2 位高一, 若排成一列但同年級要相鄰, 且前 2 位要排高一同學, 則有\_\_\_\_\_種排法。
19. 有 4 個男生及 3 個女生排成一列。若要求男生必須排在一起, 女生亦須排在一起, 則其排列法有\_\_\_\_\_種; 若只要求男生排在一起, 則排列法有\_\_\_\_\_種。

20. 4 對夫婦坐成一排, 男生不能相鄰而坐, 共有\_\_\_\_\_種坐法?

21.  $Aa, Bb, Cc, Dd$  四對夫婦共 8 人, 圍一圓桌而坐, 則  $Aa$  相對, 且  $Bb$  分開之坐法有\_\_\_\_\_種。

22. 數字不重複由 0、1、2、3、4 作五位數, 由小而大排列, 則第 31 個數為\_\_\_\_\_。

23. 以 7 種不同顏色塗附圖  $A、B、C、D、E、F$  六個區域, 每區一色, 相鄰區域不同色, 顏色可重複使用, 則塗法有\_\_\_\_\_種。



24. 五對夫婦圍一圓桌而坐, 問  
(1) 夫婦均相鄰之坐法有\_\_\_\_\_種。  
(2) 夫婦均對坐之方法有\_\_\_\_\_種。  
(3) 同性不相鄰, 夫婦對坐之方法有\_\_\_\_\_種。

25. 有 12 人圍坐一桌, 依下列情形, 其坐法各有幾種  
(1) 圍坐一方桌, 每邊坐 3 人的坐法\_\_\_\_\_。  
(2) 圍坐長方桌, 每邊 4 人、2 人、4 人、2 人的坐法\_\_\_\_\_。

# 台北市立陽明高中 高一下自然組 動手動腦解答

單元：2-3 排列 (2)

班級：

座號：

姓名：

## 一、單選題：

1. 答案：C

2. 答案：C

淵子說  $\frac{8!}{2 \times 6} = 3360$  (種)

3. 答案：B

4. 答案：B

5. 答案：D

淵子說 前兩位大寫字母有  $26 \times 26$  種，後四位數字有  $10 \times 10 \times 9 \times 8$  種，

則車牌號碼共有  $26 \times 26 \times (9000 - 1)$  (個)

## 二、多選題：

1. 答案：ABCE

淵子說 (A)  $6! = 720$

(B)  $\square\square\square\square\square\square$  乙，先讓甲選中間 4 個位置之一，再排其他人  $\Rightarrow 4 \times 4! = 96$  種

(C) 甲乙丙丁戊己  $\Rightarrow 4! \times 3! = 144$  種

(D)  $\square\square\square\square\square\square$  己  $\Rightarrow$  先排丁戊己，再從其中 4 個間隔找出 3 個來放甲乙丙  $\Rightarrow 3! \times P_3^4 = 144$

(E) 利用排容原理

$\Rightarrow 6! - 2 \times 5! - 2 \times 5! + 2 \times 2 \times 4! = 336$  種

$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{甲或乙在首} & \text{丙或丁在尾} & \text{甲乙在首且丙丁在尾} \end{array}$



2. 答案：ACE

淵子說 (A)  $\sqrt{\frac{7!}{3!}} = 840$

完全相連

(B)  $\times : \frac{7!}{3!} - 5! = 720$

(C)  $\sqrt{4! \times \frac{P_3^5}{3!}} = 240$

完全不相連

(D)  $\times : \frac{7!}{3!} - 240 = 600$

完全不相連

(E)  $\sqrt{\frac{7!}{3!} - 240 - 120} = 480$

完全相連

故選(A)(C)(E)

3. 答案：BC

淵子說  $5P_4^{n+3} = 72P_3^{n+1}$

$\therefore 5(n+3)(n+2)(n+1) \cdot n = 72(n+1) \cdot n(n-1)$

$5(n^2 + 5n + 6) = 72(n-1)$

$\therefore 5n^2 - 47n + 102 = 0, (n-6)(5n-17) = 0$

又  $n \in \mathbb{N} \therefore n = 6$

(A)  $\times : P_2^6 = 30$  (B)  $\sqrt{\quad}$  (C)  $\sqrt{\quad}$  (D)  $\times : P_2^5 = 20$

(E)  $\times : P_6^6 = 6!$

故選(B)(C)

4. 答案：ABDE

淵子說 (A)  $6! = 720$

(B)  $1 \times 5! = 120$

(C) 全部 - 乙排末位  $= 6! - 1 \times 5! = 720 - 120 = 600$

(D) 甲、乙視為相同物，排法只有一種  $\Rightarrow \frac{6!}{2!} = 360$

(E) 乙甲丙xxx或丙甲乙xxx  $\Rightarrow 2 \times 4! = 48$

5. 答案：ACDE

淵子說 (A)  $C_4^6 \times 4! - C_3^5 \times 3! = 300$

(B)  $300 \times \frac{1}{2} = 150$

(C) 4 之倍數是末兩位為 20、40、12、32、52、04、24 之四位數，其個數有：

$C_2^4 \cdot 2! \times 2 + C_1^3 \cdot C_1^3 \times 3 + C_2^4 \cdot 2! + C_1^3 \cdot C_1^3 = 72$  (個)

(D) 3 之倍數是 (0, 1, 2, 3)、(0, 1, 3, 5)、(0, 2, 3, 4)、(0, 3, 4, 5)、(1, 2, 4, 5) 每組數字做排列組合之四位數：

$4 \times C_1^3 \cdot 3! + 4! = 96$  (個)

(E)  $C_2^4 \cdot 2! \times 3 + C_3^5 \cdot 3! \times 3 = 216$  (個)

## 三、填充題：

1. 答案：474

淵子說 (1) 甲乙和其他人隨意坐的方法有

$3^6 - 6 \times 3! - 3 = 690$

(5 人同船，另一人一船) (6 人同船)

(2) 甲乙同船的坐法：

① 甲乙二人同船，其他人選其他船  $\Rightarrow 3 \times 2^4 = 48$

② 先從其它 4 人選出 1 人，有 4 種方式。此人和甲乙同船，其他人選其他船  $\Rightarrow 4 \times 3 \times 2^3 = 96$

③ 先從其它 4 人選出 2 人，有 6 種方式。此人和甲乙同船，其他人選其他船  $\Rightarrow 6 \times 3 \times 2^2 = 72$

$\therefore 690 - (48 + 96 + 72) = 474$  (種)

2. 答案：780

淵子說 若天花板與地板同色，則有  $5 \times (4 \times 3 \times 3 + 4 \times 3 \times 2 \times 2) = 420$ ；

若天花板與地板不同色，則有  $5 \times 4 \times (3 \times 2 \times 2 + 3 \times 2) = 360$  種，共 780 種

3. 答案：385

淵子說 以對角斜線逐步往上往下相加：

$(1+2+\dots+10) + 2 \times (1+2+\dots+9) + 2 \times (1+2+\dots+8) + \dots + 2 \times (1+2) + 2 \times 1$

$= \frac{(1+10) \times 10}{2} + 2 \times \frac{(1+9) \times 9}{2} + 2 \times \frac{(1+8) \times 8}{2} + \dots$

$+ 2 \times \frac{(1+2) \times 2}{2} + 2 = 385$

4. 答案：(1) 426；(2) 144；(3) 288；(4) 120

淵子說 (1)  $6! - (3 \times 5! - 3 \times 4! + 3!) = 426$

(2) 先排 (甲、乙)、戊、己，再插入丙、丁： $(3! \times 2!) \times P_2^4 = 144$

(3) 全部 - (甲、丙)相鄰 - (甲、丁)相鄰 + (甲與丙、丁相鄰)： $6! - 5! \times 2 - 5! \times 2 + 4! \times 2 = 288$

(4) 甲、乙、丙先排定，再分別插入另三人： $4 \times 3! + P_2^3 \times 4 \times 3 + 4 \times 3 \times 2 = 120$

5. 答案：300, 979920

6. 答案：495, 180

7. 答案：126

**淵子說** 分爲把書分給一人、二人、三人、四人四種情況，則方法數有

$$6 + \frac{6 \times 5}{2!} \times 3 + \frac{6 \times 5 \times 4}{3!} \times 3 + \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{4!} = 6 + 45 + 60 + 15 = 126$$

《另解》 $H_4^6 = C_4^9 = 126$

8. 答案：360

**淵子說** 可視爲 6 人中取 4 人各拿一本書，方法數有： $P_4^6 = 360$  (種)

9. 答案：840

**淵子說**  $\frac{P_6^7}{6} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{6} = 840$

10. 答案：270

**淵子說** (1)  $AB$  同色，則  $AB \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$   
 $7 \times 6 \times 5 \times 5 = 1050$  種  
 (2)  $AB$  異色，則  $AB \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$   
 $7 \times 6 \times 5 \times 5 \times 4 = 3360$  種  
 由(1)(2)知，共有  $1050 + 3360 = 4410$  種

11. 答案：240

**淵子說**  $\frac{6!}{3!} \times 1 \times 2! = 240$

12. 答案：1260

**淵子說**  $\frac{9!}{4!3!2!} = 1260$

13. 答案：720

14. 答案：512

**淵子說** 先讓最高的人站好，再讓第二高的人選在最高的人左邊或右邊，第三高的人再依次選左邊或右邊，故有  $2^9 = 512$  種

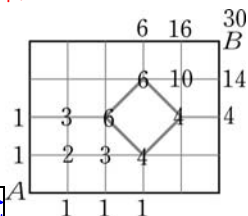
15. 答案：(1) 66；(2) 2175

**淵子說** (1) (3 開頭) + (4 開頭) + (5 開頭)： $(3! + 2 \times 3!) + (4!) + (4!) = 66$   
 (2)  $5^2 + 5^2 + 5^3 + 5^3 + 3 \times 5^4 = 2175$

16. 答案：7

**淵子說**  $P_3^n : P_3^{n+2} = 5 : 12 \Rightarrow 12 P_3^n = 5 P_3^{n+2}$   
 $\Rightarrow 12n(n-1)(n-2) = 5(n+2)(n+1)n$   
 $\Rightarrow 12(n-1)(n-2) = 5(n+1)(n+2)$   
 $\Rightarrow 7n^2 - 51n + 14 = 0 \Rightarrow (n-7)(7n-2) = 0 \Rightarrow n = 7$

17. 答案：30



**淵子說**  $\therefore$  共 30 種

18. 答案：576

**淵子說**  $2! \times 2 \times 3! \times 4! = 2 \times 2 \times 6 \times 24 = 576$   
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 高一(高二, 高三)

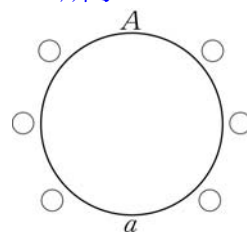
19. 答案：288, 576

20. 答案：2880

**淵子說** 先排女生，再將男生插入其中，則方法數有  $4! \times P_4^5 = 2880$

21. 答案：528

**淵子說**  $A$  先隨意坐一個位子， $a$  坐其對面，如附圖。  
 $B, b$  分開有  $(3 \times 3 + 2) \times 2!$  種選法  
 然後  $CcDd$  再坐入有  $4!$  種坐法  
 $\therefore$  所求  $= 22 \times 24 = 528$  (種)



22. 答案：21034

**淵子說**  $1 \square \square \square \square \Rightarrow 4! = 24$   
 $20 \square \square \square \Rightarrow 3! = 6, 24 + 6 = 30$   
 $\Rightarrow$  第 31 個數爲 21034

23. 答案：40362

**淵子說** (1) 先塗  $CD$ ，再塗  $AB$ ，後塗  $EF$ ，  
 $7 \times 6 \times (1 \times 6 + 5 \times 5)(1 \times 6 + 5 \times 5) = 40362$

24. 答案：(1) 768；(2) 384；(3) 24

**淵子說** (1)  $(5-1)! \times 2^5 = 768$   
 (2) 先讓其中一對坐定，再排其餘四對： $4! \times 2^4 = 384$   
 (3) 先讓其中一對坐定，則男女間隔已確定，只需排四對順序： $4! = 24$

25. 答案：(1)  $\frac{12!}{4}$ ；(2)  $\frac{12!}{2}$