

台北市立陽明高中 高二下自然組 動手動腦

單元：2-4 組合 (1)

班級：

座號：

姓名：

一、多選題：

- () 1. 五種不同的酒倒入三個酒杯，若酒不可混合，亦不得有空杯，則：
 (A) 杯子不同，各杯的酒可相同，有 125 種倒法 (B) 杯子相同，各杯子的酒可相同，有 35 種倒法 (C) 杯子不同，各杯的酒亦不同，有 60 種倒法 (D) 杯子相同，各杯子的酒不同，有 10 種倒法。
- () 2. 有六件相異物分給甲、乙、丙三人。
 (A) 任意給 (可兼得) 有 729 種方法 (B) 甲恰得一件有 192 種方法 (C) 甲恰得兩件有 240 種方法 (D) 甲至少得一有 665 種方法 (E) 甲至少得兩件有 473 種方法。
- () 3. 有 5 個球和 3 個箱子，要把球放入箱中，則下列敘述哪些是正確的？
 (A) 若球相同，箱子不同，則方法數有 243 種 (B) 若球不同，箱子相同，則方法數有 41 種 (C) 若球不同，箱子不同，則方法數有 125 種 (D) 若球不同，箱子不同，則方法數有 243 種 (E) 若球相同，箱子相同，則方法數有 5 種
- () 4. 方程式 $x+y+z+w=10$ ，設非負整數解有 a 組，正整數解有 b 組，正奇數解有 c 組， $x \geq -2$ ， $y \geq -1$ ， $z \geq 2$ ， $w > 2$ 的整數解有 d 組，則下列何者正確？
 (A) $a=286$ (B) $b=80$ (C) $c=20$ (D) $d=165$ (E) $b-c=64$
- () 5. 某企業公司設有 4 個部門，每個部門均有經理一人，另有總經理一人管理四個部門之業務，年終時，董事會發放同面額之禮券 10 張給總經理及四個部門經理，總經理至少取得 3 張，其餘經理每人至少 1 張，問共有多少種發放方法？
 (A) C_3^5 (B) H_{10}^5 (C) P_5^{10} (D) H_3^5 (E) C_3^7
- () 6. 從一副 52 張的撲克牌，任取 5 張，則下列敘述何者正確？
 (A) 5 張中，5 張點數相同方法有 1 種
 (B) 5 張中，4 張點數相同方法有 $C_1^{13} \times C_1^{48} = 624$ 種
 (C) 成 Full house (x, x, y, y, y) 的方法有 $C_1^{13} \times C_2^4 \times C_1^{12} \times C_3^4$
 (D) 成三條 (x, x, x, y, z) 的方法有 $C_1^{13} \times C_3^4 \times C_1^{12} \times C_1^4 \times C_1^{11} \times C_1^4$
 (E) 成兩對 (x, x, y, y, z) 的方法有 $C_2^{13} \times C_2^4 \times C_2^4 \times C_1^{11} \times 4$
- () 7. 空間中有 15 個相異點，則下列敘述哪些是正確的？
 (A) 若任三點均不共線，則可決定 105 條直線
 (B) 若任三點均不共線，則可決定 455 個三角形
 (C) 若任四點均不共面，則可決定 455 個平面
 (D) 若其中五點共線，其餘任三點均不共線，則可決定 96 條直線
 (E) 若其中五點共線，其餘任三點均不共線，則可決定 446 個三角形
- () 8. 自五對夫妻中任選 4 人，則下列何者正確？
 (A) 恰為兩對夫妻，有 5 種方法 (B) 恰為兩對夫妻，有 10 種方法 (C) 恰有一對夫妻，有 120 種方法 (D) 均不是夫妻有 100 種方法 (E) 均不是夫妻有 80 種方法
- () 9. 設 $x+y+z+u=18$ ，則下列敘述哪些是正確的？
 (A) 非負整數解有 H_{18}^4 組
 (B) 正整數解有 H_{14}^4 組
 (C) 正奇數解有 H_6^4 組
 (D) 正偶數解有 H_6^4 組
 (E) 皆大於 2 的正整數解有 H_6^4 組
- () 10. 由 $A(-4, -3)$ 取捷徑至點 $B(3, 3)$ ，則下列各條件下哪些是正確？
 (A) 必經過第二象限有 658 種 (B) 必經過第四象限有 358 種 (C) 經過原點有 700 種方法 (D) 向左或向右轉總共 4 次，共有 135 種走法 (E) 向左轉或向右轉三次共有 60 種。
- () 11. 空間中有 8 個點，其中任三點不共線，任四點不共平面，則此 8 點可決定
 (A) 28 條直線 (B) 56 個平面 (C) 28 個平面 (D) 336 個三角形 (E) 28 個三角形
- () 12. 設 \overline{xyz} 為三位數，滿足 $x > y > z$ 的有 p 個， $x < y < z$ 有 q 個， $x \geq y \geq z$ 有 r 個，下列何者正確？
 (A) $p+q=204$ (B) $r-p=99$ (C) $r+q=300$ (D) $p > q$ (E) $q > r$
- () 13. “consonant” 各字母全取排成一列，則下列各排列數何者正確？
 (A) 二個 o 相鄰 6720 種 (B) 二個 o 不完全相鄰 23520 種 (C) 三個 n 完全在一起 2520 種 (D) c, s, t 互不相鄰 12600 種 (E) c, s 不相鄰， a, t 也互不相鄰 504 種。

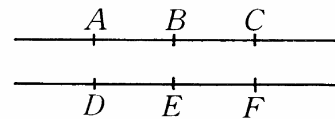
二、單選題：

- () 1. 考慮一正立方體六個面的各中心點，則以其中四個中心點為頂點的正方形共有幾個？
(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 12
- () 2. 方程式 $x+y+z+u \leq 9$ 之正整數解的個數為
(A) $\sum_{k=1}^9 H_k^4$ (B) $1 + \sum_{k=1}^5 H_k^4$ (C) $\frac{9!}{5!}$ (D) 56 (E) 126
- () 3. 方程式 $x+y+z+u \leq 9$ 之正整數解之個數為
(A) $\sum_{k=1}^9 H_k^4$ (B) $1 + \sum_{k=1}^5 H_k^4$ (C) $\frac{9!}{5!}$ (D) 56 (E) 26
- () 4. 令 $a=P_0^5$, $b=C_0^5$, $c=0!$, $d=1!$, $e=C_5^5$, 請問下列何者為真？
(A) 只有 $c \neq 1$ (B) 只有 $e \neq 1$ (C) 只有 $a \neq 1$ (D) $c \neq 1$ 且 $e \neq 1$ (E) a, b, c, d, e 皆為 1
- () 5. 以 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3 作成之八位偶數共有幾個？
(A) 360 (B) 540 (C) 690 (D) 800 (E) 840
- () 6. 將 “abscissa” 八個字排成一列，二個 “a” 相鄰，三個 “s” 分開，其排法有幾種？
(A) 240 (B) 360 (C) 560 (D) 720 (E) 1440
- () 7. $x+y+z+w \leq 16$, 滿足 $x \geq 1, y \geq 3, z \geq -1, w \geq 5$ 之整數解共有幾組？
(A) 165 (B) 495 (C) 660 (D) 1080 (E) 2160
- () 8. 5 對夫婦中任選一男一女，選出的男女不是夫妻的選法有多少種？
(A) 5 (B) 10 (C) 20 (D) 25 (E) 32
- () 9. 本校高二舉行籃球班級賽，共有 8 隊報名，第一輪分兩大組，再各分兩組對打，則第一輪的初賽有多少種比賽方法？
(A) 360 (B) 315 (C) 280 (D) 180 (E) 124
- () 10. 校內啦啦隊比賽，某班有 9 位體重均不相等的同學要表演疊羅漢(如附圖)，分成「左」、「中」、「右」三群，每群 3 人。此外，全部的人裡面體重最輕的 3 個人必須排在各群的最上面，如此共有幾種排法？



(A) 720 (B) 1260 (C) 1440 (D) 4320 (E) 8640

- () 11. 將 “abscissa” 八個字排成一列，若 “b, c, i” 的順序不變，其排法有幾種？
(A) 240 (B) 360 (C) 560 (D) 720 (E) 1440
- () 12. 10 枝相同原子筆分給 3 位小朋友共有多少種分法？
(A) 3^{10} (B) P_3^{10} (C) C_3^{10} (D) C_3^{12} (E) C_2^{12}
- () 13. 1, 2, 3, 4, 5 形成的三位數中(數字可以重複)有幾個是 5 的倍數？
(A) 5^1 (B) 5^2 (C) 5^3 (D) 5^4 (E) 5^5
- () 14. 從 6 名男人, 5 名女人中選取 4 人, 其中至少 2 名為男人, 1 名為女人, 試問共有多少選法？
(A) 50 (B) 100 (C) 150 (D) 200 (E) 250
- () 15. 一列火車有七節車廂, 車廂號碼 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 今有二男、二女同時上火車。若二男選坐同一車廂, 二女選坐同一車廂, 則共有幾種選法？
(A) 49 (B) 21 (C) 42 (D) 84 (E) 13
- () 16. 設附圖中, A, B, C 三點共線, D, E, F 三點共線, 利用這六點中的 3 個點作頂點所形成的三角形共有多少個？
(A) 9 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20



- () 17. 由 1、2、3、4...9、10、11 共 11 個數字中, 任取三個相異數字為一組, 其和為奇數共有多少組？
(A) 165 (B) 144 (C) 120 (D) 96 (E) 80
- () 18. $a=P_3^5, b=C_3^5, c=3!, d=3^5, e=5^3$ 五個數中, 哪一個數最大？
(A) a 最大 (B) b 最大 (C) c 最大 (D) d 最大 (E) e 最大
- () 19. 將 10 支相同的原子筆分給甲、乙、丙三位小朋友, 甲至少得 1, 乙至少得 2 支, 丙至少得 3 支, 共有多少種分法？
(A) C_3^{10} (B) C_4^6 (C) C_3^{12} (D) C_4^7 (E) C_4^{10}
- () 20. 某公司從 10 名職員中選出 5 人派往甲、乙、丙三地出差, 其中甲地須去 1 人, 另外兩地各去 2 人, 則不同的選派方法共有
(A) 2160 (B) 7560 (C) 10080 (D) 15120 (E) 20000 種

台北市立陽明高中 高二下自然組 動手動腦解答

單元：2-4 組合 (1)

班級：

座號：

姓名：

一、多選題：

1. 答案：ABCD

淵子說

(A) $5 \times 5 \times 5 = 125$ (B) $C_1^5 + 2 \times C_2^5 + C_3^5 = 35$
 (C) $5 \times 4 \times 3 = 60$ (D) $C_3^5 = 10$

2. 答案：ABCDE

淵子說

(A) $3^6 = 729$ (B) $C_1^6 \times 2^5 = 192$ (C) $C_2^6 \times 2^4 = 240$
 (D) $3^6 - 2^6 = 665$ (E) $3^6 - 2^6 - C_1^6 \times 2^5 = 473$

3. 答案：BDE

淵子說

(A) $\times : H_5^3 = C_2^7 = 21$

(B) $\checkmark : (5, 0, 0) \sim C_5^5 = 1$

$(4, 1, 0) \sim C_4^5 C_1^1 = 5$

$(3, 2, 0) \sim C_3^5 C_2^2 = 10$

$(3, 1, 1) \sim \frac{C_3^5 \cdot C_1^2 \cdot C_1^1}{2!} = 10$

$(2, 2, 1) \sim \frac{C_2^5 \cdot C_2^3 \cdot C_1^1}{2!} = 15$

$\therefore 1 + 5 + 10 + 10 + 15 = 41$

(C)(D) $3^5 = 243$

(E) $\checkmark : (5, 0, 0), (4, 1, 0), (3, 2, 0), (3, 1, 1), (2, 2, 1)$ 5 種

故選(B)(D)(E)

4. 答案：ACDE

淵子說

$a = H_{10}^4 = C_{10}^{13} = C_3^{13} = 286$

$b = H_{10-4}^4 = H_6^4 = C_6^9 = 84$

$c \Rightarrow (2x'+1) + (2y'+1) + (2z'+1) + (2w'+1) = 10$

$\Rightarrow x' + y' + z' + w' = 3, H_3^4 = C_3^6 = 20$

$d \Rightarrow x' = x + 2 \geq 0, y' = y + 1 \geq 0, z' = z - 2 \geq 0, w' = w - 3 \geq 0$

$(x'-2) + (y'-1) + (z'+2) + (w'+3) = 10, x' + y' + z' + w' = 8, H_8^4 = C_8^{11} = 165$

5. 答案：DE

6. 答案：BCE

淵子說

(A) 5 張點數不可能全等，方法 0

(B)(C)(E) 對

(D) 錯，應為 $C_1^{13} \times C_3^4 \times C_2^{12} \times C_1^4 \times C_1^4, C_1^{12} \times C_1^{11} \neq C_2^{12}$

7. 答案：ABCD

淵子說

(A) $\checkmark : C_2^{15} = 105$

(B) $\checkmark : C_3^{15} = 455$

(C) $\checkmark : C_3^{15} = 455$

(D) $\checkmark : C_2^{15} - C_2^5 + 1 = 96$

(E) $\times : C_3^{15} - C_3^5 = 445$

故選(A)(B)(C)(D)

8. 答案：BCE

淵子說

(A)(B) : 5 對選出 2 對 $\Rightarrow C_2^5 = 10$

(C) : 5 對選 1 對，再 4 對中選 2 對，各自選 1 人 $\Rightarrow C_1^5 \times C_2^4 \times 2 \times 2 = 120$

(D)(E) : 5 對選 4 對，每對選 1 人 $\Rightarrow C_4^5 \times 2^4 = 80$

9. 答案：ABE

淵子說

(A) $\checkmark : H_{18}^4$

(B) $\checkmark : H_{18-4}^4 = H_{14}^4$

(C) $\times : (2x'+1) + (2y'+1) + (2z'+1) + (2u'+1) = 18, x', y', z', u'$ 為非負整數

$\therefore x' + y' + z' + u' = 7 \therefore H_7^4$

(D) $\times : 2x' + 2y' + 2z' + 2u' = 18, x', y', z', u'$ 為正整數

$\therefore x' + y' + z' + u' = 9 \therefore H_{9-4}^4 = H_5^4$

(E) $\checkmark : x > 2, y > 2, z > 2, u > 2$

$\Rightarrow x-3 \geq 0, y-3 \geq 0, z-3 \geq 0, u-3 \geq 0$

$\therefore x' + y' + z' + u' = (x-3) + (y-3) + (z-3) + (u-3) = 6 \therefore H_6^4$

故選(A)(B)(E)

10. 答案：ABCDE

淵子說

(A) $\frac{3!}{3!} \cdot \frac{9!}{7!2!} + \frac{4!}{3!1!} \cdot \frac{8!}{6!2!} + \frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{7!}{5!2!} + \frac{6!}{3!3!} \cdot \frac{6!}{4!2!} = 658$

(B) $\frac{4!}{4!} \cdot \frac{8!}{6!2!} + \frac{5!}{4!1!} \cdot \frac{7!}{5!2!} + \frac{6!}{4!2!} \cdot \frac{6!}{4!2!} = 28 + 105 + 225 = 358$

(C) $\frac{7!}{4!3!} \cdot \frac{6!}{3!3!} = 700$

(D) $H_3^3 \times H_5^2 = C_3^5 \times C_5^6 = 60$ (先上)

$H_4^2 \times H_4^3 = C_4^5 \times C_4^6 = 75$ (先右) 走法共 $60 + 75 = 135$ 種

(E) $H_4^2 \times H_5^2 = C_4^5 \times C_5^6 = 30$ (先上)

$H_5^2 \times H_4^2 = C_5^6 \times C_4^5 = 30$ (先右) 走法共 $30 + 30 = 60$ 種

11. 答案：AB

12. 答案：ABD

淵子說

1. 從 0、1、2...9 中取 3 個，排法由大而小 $\Rightarrow p = C_3^{10} = 120$

2. 從 1、2...9 中取 3 個，排法由小而大 $\Rightarrow q = C_3^9 = 84$

3. $r = H_3^{10} - 1 = 219$ (減 1 為取到 0、0、0 者)

13. 答案：ABCD

淵子說

(A) $\frac{8!}{3!} = 6720$ (B) $\frac{7!}{3!} \times C_2^8 = 23520$ (C) $\frac{7!}{2!} = 2520$

(D) $\frac{6!}{2!3!} \times C_3^7 \times 3! = 12600$

(E) $\frac{9!}{2!3!} - \frac{8!}{2!3!} \times 2! \times 2 + \frac{7!}{2!3!} \times 2 \times 2 = 18480$

二、單選題：

1. 答案：A

淵子說

要形成正方形的四頂點，每組必須要是兩兩相對的面的中心點，故有 3 個

2. 答案：E

淵子說

$$\text{所求} = H_5^5 = C_5^9 = 126$$

3. 答案：E

淵子說

所求即為 $x+y+z+u+t=10$ 之正整數解的個數，則有 $H_{10-5}^5 = H_5^5 = C_5^9 = 126$

4. 答案：E

淵子說

$a=1; b=1; c=1; d=1; e=1$ ，故選(E)

5. 答案：C

淵子說

$$(1) \text{ 末位為 } 0 \text{ 者有 } \left(\frac{7!}{2!2!2!} - \frac{6!}{2!2!} \right) \text{ 種} = 630 - 180 = 450$$

↑
0 在首位

$$(2) \text{ 末位為 } 2 \text{ 者有 } \left(\frac{7!}{2!3!} - \frac{6!}{2!2!} \right) \text{ 種} = 420 - 180 = 240$$

共有 $450 + 240 = 690$ (種)

6. 答案：A

淵子說

將二個“a”捆在一起視成 x ，再將“ b, c, i, x ”先排為 $4!$ ，之後再將三個“s”插入為 C_3^5 ，故共有 $4! \times C_3^5 = 240$ 種。

7. 答案：B

淵子說

$$\text{令} \begin{cases} x' = x - 1 \geq 0 \\ y' = y - 3 \geq 0 \\ z' = z + 1 \geq 0 \\ w' = w - 5 \geq 0 \\ u \geq 0 \end{cases}$$

$$\therefore \text{原式} \Rightarrow (x'+1) + (y'+3) + (z'-1) + (w'+5) + u = 16$$

$$\Rightarrow x' + y' + z' + w' + u = 8 \text{ 之非負整數解} \Rightarrow H_8^8 = 495$$

8. 答案：C

淵子說

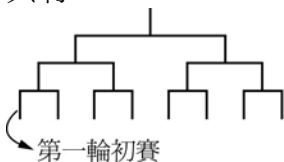
先任選一男，有五種選法；再選一女，有 4 種選法，故共有 $5 \times 4 = 20$ 種選法

9. 答案：B

淵子說

先分 4, 4，有 $C_4^8 \times C_4^4 \div 2 = 35$

再各自分 2 小組 $\Rightarrow (C_2^4 \times C_2^2 \div 2) \times (C_2^4 \times C_2^2 \div 2) = 9$
共有 $35 \times 9 = 315$



10. 答案：D

淵子說

設體重依次為 $x_1 < x_2 < \dots < x_9$ ，從 x_4 至 x_9 中，取 2 位給左，取 2 位給中，取 2 位給右，再分別重排，最後再將 x_1 ，

x_2, x_3 任意放入左，中，右得：

$$(C_2^6 \times 2!) \times (C_2^4 \times 2!) \times (C_2^2 \times 2!) \times 3! = 4320$$

11. 答案：C

淵子說

先將“ b, c, i ”視成同文字，故其排列數為 $\frac{8!}{3!2!3!} = 560$ 種

12. 答案：E

淵子說

因可任意分，故共有 $H_{10}^3 = C_{10}^{12} = C_2^{12}$ 種分法

13. 答案：B

淵子說

要是 5 的倍數，則個位數必排 5，其餘任選，則有 $5 \times 5 \times 1 = 5^2$ 個

14. 答案：E

淵子說

可能情況有 2 男 2 女或 3 男 1 女，則選法有 $C_2^6 C_2^5 + C_3^6 C_1^5 = 250$ 種

15. 答案：A

淵子說

不限制四人不能同坐一車廂，故二男有 7 種選法，二女也有 7 種選法，共 $7 \times 7 = 49$ 種選法

16. 答案：D

淵子說

6 個點任取三點，再扣掉無法形成三角形的三點共線部分 ($A-B-C$ 與 $D-E-F$)，則可形成 $C_3^6 - 2 = 18$ 個三角形

17. 答案：E

淵子說

$$(三奇) + (二偶一奇) = C_3^6 + C_2^5 \times C_1^6 = 80$$

18. 答案：D

淵子說

$$a = 5 \times 4 \times 3 = 60; b = \frac{5!}{3!2!} = 10; c = 6; d = 243; e = 125;$$

d 最大

19. 答案：B

淵子說

先分給甲 1 支，乙 2 支，丙 3 支，剩下 4 支任意分配，則有 $H_4^3 = C_4^6$ 種分法

20. 答案：B

淵子說

$$C_5^{10} \times \left(\frac{C_1^5 \times C_2^4 \times C_2^2}{2!} \times 2! \right) = 7560$$