

台北市立陽明高中 高二下自然組 動手動腦

單元：2-4 組合 (2)

班級：

座號：

姓名：

一、單選題：

() 1. 一個「訊息」是由一串 5 個數字排列組成，且每位數字都只能是 0 或 1，例如 10010 與 01011 就是兩個不同的訊息。兩個訊息的「距離」定義為此兩組數字串相對應位置中，數字不同的位置數。例如，數字串 10010 與 01011 在第 1，2 及 5 三個位置不同，所以訊息 10010 與 01011 的距離為 3。

試問以下哪些選項是正確的？

- (A) 與訊息 10010 相距最遠的訊息為 11101
- (B) 任兩訊息之間的最大可能距離是 4
- (C) 與訊息 10010 相距為 1 的訊息恰有 5 個
- (D) 與訊息 10010 相距為 2 的訊息恰有 9 個

() 2. 7 張相同的明信片與 6 個相同的信封，任給 4 人，每人至少得一張明信片與一個信封之給法共有幾種？

- (A) 190 (B) 195 (C) 200 (D) 205 (E) 210

() 3. 某班有 32 個同學，欲選舉一位班長，共提名 3 個同學甲、乙、丙出來候選，假設沒有廢票，問票數的分布情形共有多少種可能？(A) 468 種 (B) 561 種 (C) 4960 種 (D) 5984 種 (E) 6545 種

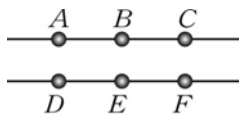
() 4. 6 種不同酒倒入 3 個相同的杯子，酒不可混合，亦不得有空杯，各杯酒可相同，則其方法數有幾種？

- (A) P_3^6 (B) 6^3 (C) C_3^6 (D) H_3^6 (E) H_6^3

() 5. 將 5 種不同的酒，倒入 4 個不同的酒杯，每杯都要倒酒，且只准倒入一種酒，則有多少種倒法？

- (A) 9 (B) 20 (C) 625 (D) 1024 (E) 24

() 6. 如附圖，A、B、C 三點共線，D、E、F 三點共線，則此六點可決定幾個三角形？



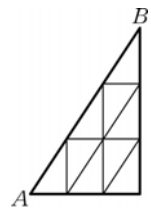
- (A) 9 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

() 7. 一列火車有七節車廂，車廂號碼 1，2，3，4，5，6，7 今有二男、二女同時上火車。四人所選坐的車廂均不相同的選法下，二女選坐的車廂號碼都比二男選坐的車廂號碼大的機率是

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{20}{343}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{20}{49}$ (E) $\frac{1}{12}$

() 8. 如附圖，只可用「→」、「↑」、「↗」，不可用「←」、「↓」、「↙」，則由 A 點到 B 點有多少種不同走法？

- (A) 16 (B) 22 (C) 36 (D) 2^{10} (E) 3^{10}



() 9. 一列火車有七節車廂，車廂號碼 1，2，3，4，5，6，7 今有二男、二女同時上火車。此四人剛好選坐兩節車廂而且是一男一女在一節車廂，另外一男一女選坐另一節車廂，則共有幾種選法？

- (A) 49 (B) 21 (C) 42 (D) 84 (E) 13

() 10. 設棒球比賽，每隊都要和其他隊比賽一場，賽程總計為 66 場，則比賽隊伍共有幾隊？

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

二、填充題：

1. 圓桌兩張，每張 10 個席位，假設兩桌沒有區分，所有席位亦無區別，則 20 人入席，有_____種坐法。

2. 已知 n 及 k 為正整數，且 $n > k$ ，若 $C_{k-1}^n : C_k^n : C_{k+1}^n = 1 : 2 : 3$ ，則 $n =$ _____。

3. 因颱風過後青菜大漲，媽媽為能省菜錢，決定下週 7 日中，選 2 天不吃青菜，改喝蔬果汁，但這兩天不相連，請問媽媽有_____種選擇方式。

4. $C_9^{10} + C_8^9 + C_7^8 + \dots + C_2^3 + C_1^2 + C_0^1 =$ _____。

5. 若 $C_2^{12} = C_a^{12}$ ，但 $a \neq 2$ ， $C_{18}^{20} = b$ ， $C_{2x}^{43} = C_{x+1}^{43}$ ，但 $x \neq 1$ ，則 $a + b + x =$ _____。

6. 有男生 5 人，女生 4 人，排成一列逐個走入教室，若進入教室的過程中，男生的人數恆不少於女生的人數，則進入教室的排法有_____種。

7. 4 個 a ，3 個 b 任意分給 3 位小朋友，共有_____種分法。

8. 求 $\sum_{k=1}^{10} kC_k^{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 國文、英文、數學三種書，其中有 2 本不同的國文書，5 本不同的英文書，3 本不同的數學書，

- (1) 從中任選 1 本書，共有多少種選法？答： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (2) 從中選 3 本，每種書各 1 本，共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種選法。
- (3) 從中選 2 本，但不得同種類，共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種選法。
- (4) 從中選 3 本，可以任選各種書，共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種選法。

10. 一樓梯有 10 階，一人上樓梯時限定每步跨一階或二階，則上樓之方法有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種。

11. 數字相異之 6 位數中，數字自左而右漸增者有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個。

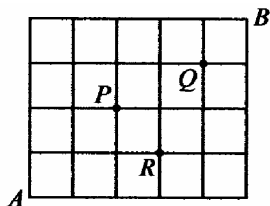
12. 由“Mississippi”的字母中每次取五個字母，則有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個組合數。

13. 福利社供應香草、楊桃、芒果、可可等 4 種冰淇淋，今有同學 5 人前往，每人各要 2 份。問共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種分配方式。

14. 以 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 2 作成之八位偶數，共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個。

15. 附圖為棋盤型街道，由 A 取捷徑走到 B

- (1) 必經 P 或 Q 的走法有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種。
- (2) 不經過 P, Q, R 任一點之走法有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種。



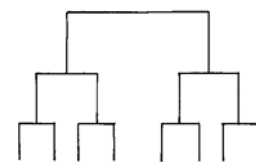
16. 每次用 20 根相同的火柴棒圍成一個三角形，共可圍成 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種不全等的三角形。

17. 由“1, 2, 3, 4, ..., 50”中取出相異的兩個數字，分別為 a, b。

- (1) 以 a, b 為坐標的點 (a, b) 共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 點。
- (2) 作成小於 1 的分數 $\frac{b}{a}$ 時，全部分數有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個。

18. 同時投擲四粒骰子，若考慮四粒骰子不同時，有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種可能之結果；若不考慮骰子之不同，有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種可能之結果。

19. 由 A, B, C, D, E, F, G, H 八隊作單淘汰賽，如附圖安排賽程，則共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種賽程。

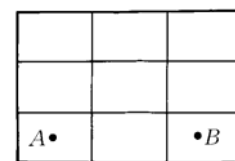


20. 在平面上有 10 條直線，其中有 3 條互相平行，4 條直線共點，此外並無平行或共點情況，則這 10 條直線共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個交點。

21. 年終大樂透加碼 5 億，爺爺睡夢中夢見下一期他中了頭獎 6 個號碼，醒來後只記得好像有 2, 3, 7, 18, 21, 34, 40 這樣的號碼順序，唯恐自己逗點點錯位置，於是再補上 23, 37 這 2 個號碼共 9 個號碼，但簽一注只能由 9 個號碼中選 6 個為一注，為避免遺漏，決定以包牌方式下注，亦即將所有這 9 種號碼的可能性全都買了。若每注要花 50 元，則爺爺總共要花 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元。

22. 9 枝相同原子筆，分給 3 人，且每人至少一隻，有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種分法。

23. 附圖中，至少包含 A 或 B 兩點之一的長方形共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個。



24. 將 6 支不同色彩的粉筆分給 3 人，每人至少得一支之分法有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種。

25. 不等式 $x+y+z+u \leq 9$ 的正整數解之組數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

26. 滿足 $x+y+z+u \leq 10$ 的正整數解 (x, y, z, u) 共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 組。

27. 將 8 件相同的東西完全分給甲、乙、丙三人，規定其中一人至少得 1 件，一人至少得 2 件，一人至少得 3 件，則分法有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種。

28. 某商店有香草、巧克力、草莓三種冰淇淋，某人購買 12 盒，請問有多少種可能的組合？答： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

29. 在坐標平面上由 A(-4, -2) 沿格子線取捷徑到 B(2, 3)，不經過第二象限之走法有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種。

30. 三位數的自然數中，恰有二位數字相同，另一位數字相異共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個。

台北市立陽明高中 高二下自然組 動手動腦解答

單元：2-4 組合 (2)

班級：

座號：

姓名：

一、單選題：

1. 答案：C

- 淵子說** (A) 與訊息 10010 相距最遠的訊息為 01101
 (B) 任兩訊息之間的最大可能距離是 5 (如(A)之兩訊息)
 (C) 與訊息 10010 相距為 1 的訊息有 $C_1^5=5$ 個
 (即 00010, 11010, 10110, 10000, 10011)
 (D) 與訊息 10010 相距為 2 的訊息有 $C_2^5=10$ 個
 (即 01010, 00110, 00000, 00011, 11110, 11000, 11011, 10100, 10111, 10001)

2. 答案：C

淵子說 $H_3^4 \times H_2^4 = C_3^6 \times C_2^5 = 20 \times 10 = 200$

3. 答案：B

4. 答案：D

淵子說 H_3^6 , 故選(D)

5. 答案：C

6. 答案：D

淵子說 $C_3^6 - C_3^3 - C_3^3 = 18$

故選(D)

7. 答案：C

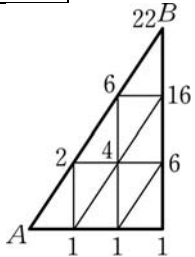
淵子說 二男選 (1, 2) 車廂時, 二女可任選 3~7 車廂;
 二男選 (1, 3)、(2, 3) 車廂時, 二女可任選 4~7 車廂;
 二男選 (1, 4)、(2, 4)、(3, 4) 車廂時, 二女可任選 5~7 車廂;
 二男選 (1, 5)、(2, 5)、(3, 5)、(4, 5) 車廂時, 二女可任選 6~7 車廂;

所有情況有 $2(P_2^5 + 2 \times P_2^4 + 3 \times P_2^3 + 4 \times P_2^2) = 2 \times 70 = 140$,

則機率為 $\frac{140}{P_4^7} = \frac{140}{840} = \frac{1}{6}$

8. 答案：B

淵子說 用累加法



9. 答案：D

淵子說 第一組人有 7 節車廂可選擇, 第二組人有 6 節車廂可選擇, 則坐法有 $2 \times 7 \times 6 = 84$ 種

10. 答案：C

淵子說 $\frac{n(n-1)}{2} = 66, n^2 - n - 132 = 0, (n-12)(n+11) = 0$ 又 $n \in N \therefore n = 12$ 故選(C)

二、填充題：

1. 答案： $\frac{19!}{10}$

淵子說 $(C_{10}^{20} \cdot \frac{10!}{10}) \cdot (C_{10}^{10} \cdot \frac{10!}{10}) \cdot \frac{1}{2} = \frac{19!}{10}$

2. 答案：14

淵子說 $C_{k-1}^n : C_k^n : C_{k+1}^n = 1 : 2 : 3 \Rightarrow \frac{C_{k-1}^n}{1} = \frac{C_k^n}{2} = \frac{C_{k+1}^n}{3}$

$$\frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!} = \frac{n!}{2(n-k)!k!} = \frac{n!}{3(k+1)!(n-k-1)!}$$

同乘 $\frac{k!(n-k)!}{n!}$

$$\Rightarrow \frac{k}{n-k+1} = \frac{1}{2} = \frac{n-k}{3(k+1)} \Rightarrow \begin{cases} n-3k+1=0 \\ 2n-5k-3=0 \end{cases} \therefore n=14$$

3. 答案：15

淵子說 全部 - (二天相連) = $C_2^7 - 6 = 21 - 6 = 15$

4. 答案：55

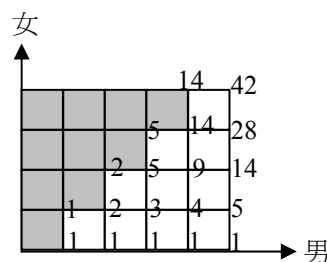
淵子說 $C_9^{10} + C_8^9 + \dots + C_1^2 + C_0^1 = C_1^{10} + C_1^9 + \dots + C_1^2 + C_1^1 = 10 + 9 + \dots + 2 + 1 = 55$

5. 答案：214

淵子說 $C_2^{12} = C_{12-2}^{12} = C_{10}^{12} \Rightarrow a = 10, C_{18}^{20} = \frac{20!}{18!2!} = \frac{20 \times 19}{1 \times 2} = 190 = b$
 $C_{2x}^{43} = C_{x+1}^{43} \Rightarrow 2x + (x+1) = 43, x = 14 \Rightarrow a + b + x = 10 + 190 + 14 = 214$

6. 答案：120960

淵子說 如圖, 不經過斜線部分由左下角到右上角之走法有 42 種, 故有 $42 \times 5! \times 4! = 120960$ 種



7. 答案：150

淵子說 $H_4^3 \cdot H_3^3 = C_4^6 \cdot C_3^5 = 15 \times 10 = 150$

8. 答案：5120

淵子說 原式 = $1 \times C_1^{10} + 2 \times C_2^{10} + \dots + 5 \times C_5^{10} + 6 \times C_4^{10} + 7 \times C_3^{10} + \dots + 10 \times C_{10}^{10}$
 $= 5 \times (C_0^{10} + C_1^{10} + C_2^{10} + \dots + C_9^{10} + C_{10}^{10}) = 5 \times 2^{10} = 5120$

9. 答案：(1) 10 ; (2) 30 ; (3) 31 ; (4) 120

淵子說 (1) 共 10 本書中任選一本, 則有 10 種選法

$$(2) 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$(3) 2 \times 3 + 3 \times 5 + 5 \times 2 = 6 + 15 + 10 = 31$$

$$(4) C_3^{10} = 120$$

10. 答案： 89

$$\begin{aligned} \text{淵子說} \quad & \frac{5!}{5!} + \frac{6!}{4!2!} + \frac{7!}{3!4!} + \frac{8!}{2!6!} + \frac{9!}{1!8!} + \frac{10!}{10!} \\ & = 1 + 15 + 35 + 28 + 9 + 1 = 89 \end{aligned}$$

11. 答案： 84

淵子說 自 1~9 任取 6 個數字，且小的在左，大的在右
 $\therefore C_6^9 = 84$

12. 答案： 25

淵子說 先分類，則有 $M \times 1, p \times 2, s \times 4, i \times 4$
四同一異 $\Rightarrow C_1^2 \cdot C_1^3 = 6$ ，三同二同 $\Rightarrow C_1^2 \cdot C_1^4 = 4$ ，
三同二異 $\Rightarrow C_1^2 \cdot C_2^3 = 6$ ，二同二同一異 $\Rightarrow C_2^2 \cdot C_1^4 = 6$
二同三異 $\Rightarrow C_1^3 \cdot 1 = 3$ ，共 25 種組合數

13. 答案： 10^5

$$\begin{aligned} \text{淵子說} \quad & (C_2^4 + 4)^5 = 10^5 \text{種} \\ & \begin{array}{ccc} \downarrow & & \searrow \\ 2 \text{份都要不} & & 2 \text{份均相} \\ \text{同口味} & & \text{同口味} \end{array} \end{aligned}$$

14. 答案： 270

$$\text{淵子說} \quad (1) \text{末位數字為 } 0 \text{ 者有：} \frac{7!}{2!2!3!} - \frac{6!}{2!3!} = 150$$

(0 在首)

$$(2) \text{末位數字為 } 2 \text{ 者有：} \frac{7!}{3!2!2!} - \frac{6!}{2!2!2!} = 120$$

(0 在首)

共有 $150 + 120 = 270$ 個

15. 答案： (1) 94 ; (2) 16

淵子說

$$(1) \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{5!}{2!3!} + \frac{7!}{3!4!} \cdot \frac{2!}{1!1!} - \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{3!}{2!1!} \cdot \frac{2!}{1!1!} = 94$$

$$(2) \frac{9!}{4!5!} - \left\{ \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{5!}{2!3!} + \frac{7!}{3!4!} \cdot \frac{2!}{1!1!} + \frac{4!}{3!1!} \cdot \frac{5!}{2!3!} - \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{3!}{2!1!} \cdot \frac{2!}{1!1!} - \frac{4!}{3!1!} \cdot \frac{3!}{1!2!} \cdot \frac{2!}{1!1!} - 0 + 0 \right\} = 16$$

16. 答案： 8

淵子說

可能情況有 $(9, 9, 2), (9, 8, 3), (9, 7, 4), (9, 6, 5), (8, 8, 4), (8, 7, 5), (8, 6, 6), (7, 7, 6)$ 共 8 種

17. 答案： (1) 2450 ; (2) 1225

淵子說

$$(1) 50 \times 49 = 2450$$

$$(2) \text{條件為 } 1 \leq a < b \leq 50, \text{全部分數有 } (49 + 48 + \dots + 2 + 1) = \frac{(49+1) \times 49}{2} = 1225$$

18. 答案： 1296, 126

19. 答案： 315

淵子說

8 隊分成 2 組有 $C_4^8 C_4^4 \times \frac{1}{2!} = 35$ 種，

每組有 $C_2^4 C_2^2 \times \frac{1}{2!} = 3$ 種方法進行單淘汰，故 $35 \times 3 \times 3 = 315$ 種

20. 答案： 37

$$\text{淵子說} \quad C_2^{10} - C_2^3 - C_2^4 + 1 = 45 - 3 - 6 + 1 = 37$$

21. 答案： 4200

$$\text{淵子說} \quad C_6^9 \times 50 = 4200 \text{ 元}$$

22. 答案： 28

$$\text{淵子說} \quad H_{9-3}^3 = H_6^3 = C_6^8 = C_2^8 = 28$$

23. 答案： 15

$$\text{淵子說} \quad \text{包含 } A \text{ 或 } B \Rightarrow C_1^1 C_1^3 \times (C_2^4 - C_2^2) = 15 \text{ 種}$$

24. 答案： 540

淵子說

可分成 $(1, 1, 4), (1, 2, 3), (2, 2, 2)$ 三類，則分法有

$$C_1^6 C_1^5 C_4^4 \cdot \frac{3!}{2!} + C_1^6 C_2^5 C_3^3 \cdot 3! + C_2^6 C_2^4 C_2^2 \cdot \frac{3!}{3!} = 90 + 360 + 90 = 540$$

25. 答案： 126

淵子說

$x + y + z + u \leq 9$ 的正整數解之組數即為 $x + y + z + u + t \leq 10$ 的正整數解之組數，則有 $H_{10-5}^5 = H_5^5 = C_5^9 = 126$

26. 答案： 210

27. 答案： 18

淵子說

$$(5, 2, 1) \Rightarrow 3! \text{種}, (4, 3, 1) \Rightarrow 3! \text{種}$$

$$(4, 2, 2) \Rightarrow \frac{3!}{2!} \text{種}, (3, 3, 2) \Rightarrow \frac{3!}{2!} \text{種}$$

共有 $6 + 6 + 3 + 3 = 18$ 種

28. 答案： 91

淵子說

所求即為 $x + y + z = 12$ 的非負整數解個數，則有 $H_{12}^3 = C_{12}^{14} = 91$ 種可能

29. 答案： 181

淵子說

全部 - (必經第二象限)，走法有：

$$\frac{11!}{6!5!} - \left(\frac{2!}{2} \cdot \frac{8!}{6!2!} + \frac{3!}{2!2!} \cdot \frac{7!}{5!2!} + \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{6!}{4!2!} + \frac{5!}{2!3!} \right) = 181$$

30. 答案： 243

淵子說

有二個 0，有一個 0，三位皆非 0， $9 + 2 \times 9 + 9 \times 8 \times \frac{3!}{2!} = 243$