

# 台北市立陽明高中 高二下自然組 動手動腦

單元：2-4 組合 (4)

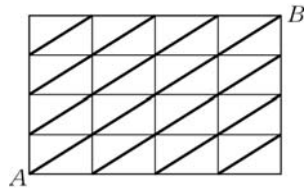
班級：

座號：

姓名：

1. 桌上有形狀、大小相同的橘子 4 個，梨子 5 個，蘋果 6 個，任意分給甲、乙、丙三人，試求下列情況之方法數：  
(1) 每人每種水果至少得 1 個。 (2) 每人至少得 1 個。
2. 平面上有 8 條直線，任意兩條直線皆不平行，且任意三條直線皆不共點，請問這些直線共有多少個交點？

3. 一市鎮街道，如附圖所示，某君自  $A$  行走方向“向東”或“向北”或“向東北”，則到  $B$  有幾種走法？



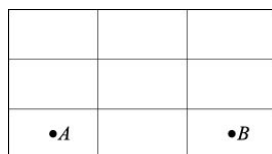
4.  $8 \times 8$  的正方形棋盤上，每條相鄰直線皆相距 1 公分，共有 9 條水平線，9 條垂直線，請問：  
(1) 共有多少種不同面積的正方形？  
(2) 面積為 1 平方公分的正方形有多少個？  
(3) 棋盤上共可數出多少個正方形？

5. 老師將 12 枝相同的鉛筆分給六位小朋友，其中有兩位各分得 4 枝，兩位各分得 2 枝，而有兩位沒分到，則共有幾種不同分法？

6. 某人以 5 種不同的果汁，倒入桌上 4 個杯子裡，每個杯子只倒一種果汁，下列情況各有多少種不同的倒法？  
(1) 杯子都不相同 (2) 杯子都相同  
(3) 兩個杯子相同，另兩個杯子不同

7. 8 個人分成 4 隊，每隊 2 人，共有多少種分法？

8. 如附圖，(1) 全部矩形有多少個？  
(2) 矩形的內部至少包含  $A$  或  $B$  兩點之一的矩形共有多少個？



9. 方程式  $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ ，  
(1) 有幾組非負整數解？ (2) 有幾組正整數解？  
(3) 若限制  $x_1 \geq 2$ ， $x_2 \geq 2$ ， $x_3 \geq 1$ ，則有幾組整數解？

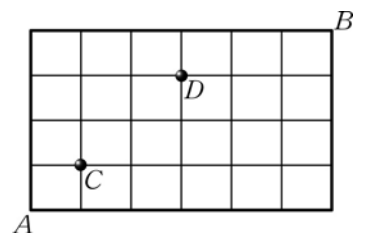
10. 若某校高二共有甲、乙、丙三班，每班人數分別為 45、46、48，請問：  
(1) 朝會時，校長如欲從高二學生中選一位上台背國文，共有多少種選法？  
(2) 如從高二各班各選一位上台背國文，共有多少種選法？

11. 將 6 件物品，任意放入 4 個箱子。  
(1) 物品相同，箱子相同，可兼得共幾種？  
(2) 物品相同，箱子不相同，每箱至少放一件共幾種？  
(3) 物品不同，箱子相同，每箱至少放一件共幾種？  
(4) 物品不同，箱子不相同，每箱至少放一件共幾種？

12. 3 個  $a$ ，4 個  $b$ ，5 個  $c$  排成一列，共有多少種排法？

13. 如附圖由  $A$  到  $B$  走捷徑（只許  $\rightarrow$ 、 $\uparrow$ ）求下列各有多少種走法？

- (1)  $A$  到  $B$  全部走法
- (2) 須經過  $D$  點
- (3) 不經過  $C$  點
- (4) 經過  $C$  或  $D$  點



14. 某學生有大小相同的畫筆 12 支：紅色 3 支、藍色 4 支、黃色 5 支，要將這 12 支筆排放在盒內，其排法有多少種？

15. 由  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四所學校各派出網球選手 2 隊，以單淘汰方式比賽，同一學校派出的 2 隊，除冠亞軍賽外，不得比賽，問賽程有幾種安排法？

16. 從 5 位男生、3 位女生中選 4 位組成代表團，請問在下列各種情形下有多少種組法？  
(1) 任意組成代表團。 (2) 代表團中只有 1 位女生。  
(3) 代表團中最多只有 1 位女生。

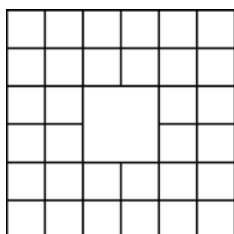
17. 某班有 40 位學生，飲料公司舉辦品嘗活動需要 10 位學生參加，  
(1) 請問參加學生的選法共有多少種？  
(2) 若飲料有甲、乙二種，將選出參與品嘗活動的 10 位學生分成 2 組，每組 5 人，每人只品嘗一種飲料，請問共有多少種不同的選法？

18. 某拳擊比賽，規定每位選手必須和所有其他選手各比賽一場，如果賽程共 78 場，則選手共有多少人？

19.  $x+y+z=10$  的：  
(1) 非負整數解有多少組？(2) 正整數解有多少組？

20. 自完全同形狀之白球 4 個，紅球 3 個，黑球 1 個  
(1) 從中取出 5 個，共有幾種取法？  
(2) 又將 5 個取出後再排成一列之排法有幾種？

21. 附圖中之方格均為正方形，試求：

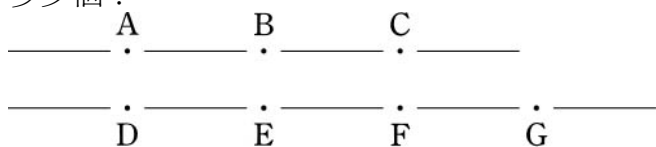


- (1) 矩形之個數。  
(2) 正方形之個數。

22. 從 0、1、2、...、9 十個數字中任取 5 個數字（數字不重複），其和為偶數的有多少種？

23. 甲、乙、丙 3 人各擲一粒骰子，已知 3 人擲出的點數和為 10，請問甲、乙、丙擲出的點數共有多少種可能的組合？

24. 附圖中， $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點共線， $D$ 、 $E$ 、 $F$ 、 $G$  四點共線，利用這 7 點的其中 3 個點為頂點，所作成的三角形共有多少個？



25. 籃球 3 人鬥牛賽，共有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬 9 人參加，組成 3 隊，且甲、乙兩人不在同一隊的組隊方法有多少種？

26. 求由 *mississippi* 一字中，任取 4 個字母之組合數與排列數。

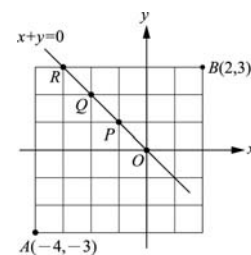
27. 福利社有 5 類罐裝飲料，今有 3 位同學每人至少買一罐，至多買三罐之買法有幾種？

28. 求  $x \cdot y \cdot z = 120$  的正整數解有多少個？

29. 平面上有 8 個點，任意 3 點都不共線，請問：  
(1) 共可組成多少條直線，經過這些點中的 2 點？  
(2) 共可組成多少個三角形，其頂點是這 8 個點中的 3 點？

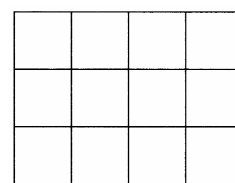
30. 由 5 人中選出 1 人當領隊，今有 3 位候選人，每人可投一票，則求下列各有多少種方法？  
(1) 記名投票 (2) 記名，但可投廢票  
(3) 不記名 (4) 不記名，但可投廢票

31. 在坐標平面上，自點  $A(-4, -3)$  沿方格之邊，如附圖所示取捷徑，到達點  $B(2, 3)$ ，問經過第二象限的走法有多少種？



32. 附圖中每條線段長皆為 1 公分，請問：

- (1) 共有多少個正方形面積為 1 平方公分？  
(2) 共有多少個正方形面積為 4 平方公分？  
(3) 共有多少個正方形面積為 9 平方公分？  
(4) 全部共有多少個正方形？  
(5) 全部共有多少個長方形？



33. “人生如夢，夢如人生” 八個字作直線排列，若人與夢不相鄰，其排法有幾種？

34. 將 6 本不同書，依下列方式分配，各有多少種方法？  
(1) 分成 1、2、3 本，共三堆 (2) 將(1)三堆分給 3 人  
(3) 分成 1、1、4 本，共三堆 (4) 將(3)三堆分給 3 人  
(5) 分成 2、2、2 本，共三堆 (6) 將(5)三堆分給 3 人

35. 3 個相同的橘子，2 個相同的蕃茄及 1 個蘋果，  
(1) 任意分給 3 位小朋友每位 2 個，共有多少種分法？  
(2) 任意分給 3 位小朋友，每位不限制得幾個，共有多少種分法？  
(3) 任意分給 3 位小朋友，每位至少 1 個，共有多少種分法？

36. 方程式  $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 12$  有幾組非負整數解？

37. 設  $a, b, c, d, e \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，則使  $(a-b)(b-c)(c-d)(d-e)(e-a) = 0$  的方法有幾種？

38. 班上有 45 位同學投票選舉最可愛的玩偶，候選的玩偶有凱蒂貓、無尾熊、熊貓、加菲貓與皮卡丘 5 種，每位同學只能投一票，請問這 5 種玩偶的得票數可能有幾種組合？（這次的投票沒有一張廢票）

# 台北市立陽明高中 高二下自然組 動手動腦解答

單元：2-4 組合 (4)

班級：

座號：

姓名：

1. 答案：(1) 180；

(2) 8193

**淵子說**

$$(1) H_{4-3}^3 \times H_{5-3}^3 \times H_{6-3}^3 = H_1^3 \times H_2^3 \times H_3^3 \\ = C_1^3 \times C_2^4 \times C_3^5 = 180$$

$$(2) (H_4^3 \times H_5^3 \times H_6^3) - 3(H_4^2 \times H_5^2 \times H_6^2) + \\ 3(H_4^1 \times H_5^1 \times H_6^1) - (H_4^0 \times H_5^0 \times H_6^0) \\ = C_4^6 \times C_5^7 \times C_6^8 - 3 \cdot C_4^5 \times C_5^6 \times C_6^7 + 3 \cdot C_4^4 \times C_5^5 \times C_6^6 - 0 \\ = 8820 - 630 + 3 \\ = 8193$$

2. 答案：28

**淵子說**

兩直線就有 1 個交點，所以全部的交點有  $C_2^8 = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28$  個

3. 答案：321 種

**淵子說**

$$(1) \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \Rightarrow \frac{8!}{4!4!} = 70 \text{ 種}$$

$$(2) \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \uparrow \uparrow \uparrow \nearrow \Rightarrow \frac{7!}{3!3!} = 140 \text{ 種}$$

$$(3) \rightarrow \rightarrow \uparrow \uparrow \nearrow \nearrow \Rightarrow \frac{6!}{2!2!2!} = 90 \text{ 種}$$

$$(4) \rightarrow \uparrow \nearrow \nearrow \nearrow \Rightarrow \frac{5!}{3!} = 20 \text{ 種}$$

$$(5) \nearrow \nearrow \nearrow \nearrow \Rightarrow 1 \text{ 種}$$

$\therefore$  共有  $(70 + 140 + 90 + 20 + 1) = 321$  種

4. 答案：(1) 8；(2) 64；(3) 204

**淵子說**

(1) 正方形種類有：1×1，2×2，…，8×8，共 8 種

(2)  $8 \times 8 = 64$

(3)  $8 \times 8 + 7 \times 7 + 6 \times 6 + \dots + 1 \times 1 = 204$

5. 答案：90

**淵子說**

共有 3 種類別，4 枝，4 枝，2 枝，2 枝，0 枝，0 枝，

○○△△××所以排法有

$$\frac{6!}{2!2!2!} = 90 \text{ (種)}$$

6. 答案：(1) 625；(2) 70 種；(3) 375 種

**淵子說**

(1) 每個杯子有 5 種倒法，故有  $5^4 = 625$  種倒法

(2) 5 類物件，取 4 個的重複組合有  $H_4^5 = C_4^8 = 70$  種倒法

(3)  $H_2^5 \times 5^2 = 375$  種倒法

7. 答案：105

**淵子說**

$$\frac{C_2^8 \cdot C_2^6 \cdot C_2^4 \cdot C_2^2}{4!} =$$

$$\frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 1 \\ = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{24} = 105 \text{ (種)}$$

8. 答案：(1) 36；(2) 15

**淵子說**

(1) 共有矩形  $C_2^4 \times C_2^4 = 6 \times 6 = 36$  (個)

(2) 包含 A 的矩形  $C_1^3 \times C_1^3 = 3 \times 3 = 9$  (個)，

包含 B 的矩形  $C_1^3 \times C_1^3 = 3 \times 3 = 9$  (個)，

包含 A、B 的矩形 3 個，

所以包含 A 或 B 的矩形有  $9 + 9 - 3 = 15$  (個)

9. 答案：(1) 66；(2) 36；(3) 21

**淵子說**

(1)  $H_{10}^3 = C_{10}^{12} = 66$

(2) 可視為  $x_1' + x_2' + x_3' = 7$  的非負整數解： $H_7^3 = C_7^9 = 36$

(3)  $10 - 2 - 2 - 1 = 5$ ， $H_5^3 = C_5^7 = 21$

10. 答案：(1) 139；(2) 99360

**淵子說**

(1) 利用加法原理，因此由高二學生中選一位共有  $45 + 46 + 48 = 139$  種選法

(2) 利用乘法原理，各班選一位有  $C_1^{45} \cdot C_1^{46} \cdot C_1^{48} = 45 \times 46 \times 48 = 99360$  種選法

11. 答案：(1) 9 種；(2) 10 種；(3) 65 種；(4) 1560 種

**淵子說**

(1)  $(6, 0, 0, 0)$ 、 $(5, 1, 0, 0)$ 、 $(4, 2, 0, 0)$ 、 $(4, 1, 1, 0)$ 、 $(3, 3, 0, 0)$ 、 $(3, 2, 1, 0)$ 、 $(3, 1, 1, 1)$ 、 $(2, 2, 2, 0)$ 、 $(2, 2, 1, 1)$  共 9 種

(2)  $(3, 1, 1, 1) \Rightarrow \frac{4!}{3!} = 4$  種  
 $(2, 2, 1, 1) \Rightarrow \frac{4!}{2!2!} = 6$  種 } 共 10 種

(3)  $(3, 1, 1, 1) \Rightarrow \frac{C_3^6 C_1^3 C_1^2 C_1^1}{3!} = 20$  種

$(2, 2, 1, 1) \Rightarrow \frac{C_2^6 C_2^4}{2!} \times \frac{C_1^2 C_1^1}{2!} = 45$  種

$\therefore 20 + 45 = 65$  種

(4)  $4^6 - C_1^4 \times 3^6 + C_2^4 \times 2^6 - C_3^4 \times 1^6 = 1560$  種

12. 答案： $\frac{12!}{3!4!5!}$

**淵子說**

利用有相同事物排列法，3 個 a，4 個 b，5 個 c 排成一列，其排法有  $\frac{12!}{3!4!5!}$  種

13. 答案：(1) 210；(2) 80；(3) 98；(4) 144

**淵子說**

$$(1) \frac{(6+4)!}{6!4!} = 210$$

$$(2) (A \rightarrow D) \times (D \rightarrow B) = \frac{6!}{3!3!} \times \frac{4!}{3!1!} = 20 \times 4 = 80$$

$$(3) \text{全部一經過 } C \text{ 點} = 210 - \left( \frac{2!}{1!1!} \times \frac{8!}{5!3!} \right) = 210 - 112$$

=98

(4)  $n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D)$   
 $= 112 + 80 - \left( \frac{2!}{1!1!} \times \frac{4!}{2!2!} \times \frac{4!}{3!1!} \right) = 192 - 48 = 144$

14. 答案： 27720

**淵子說**

此為有相同事物的排列法，共有  $\frac{12!}{3!4!5!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 27720$  (種)

15. 答案： 72 種

**淵子說**

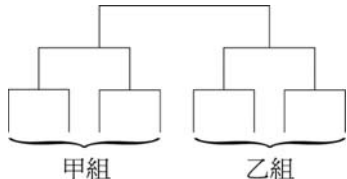
設由A、B、C、D四所學校選出的球隊分別為a與a'，b與b'，c與c'，d與d'，為使同校球隊除冠亞軍賽外，不得比賽，比賽秩序應如附表所示

(1) 在第一輪預賽時，8個球隊應該區分兩組，但同校的兩隊不得分在同組，分組方法為  $C_1^2 C_1^2 C_1^2 C_1^2 \times \frac{1}{2!} = 8$  種

(2) 分在甲組與乙組四隊之中，必須再分為2隊與2隊的比賽

甲組有  $C_2^4 C_2^2 \times \frac{1}{2!} = 3$  種，乙組有  $C_2^4 C_2^2 \times \frac{1}{2!} = 3$  種

故賽程共計  $8 \times 3 \times 3 = 72$  種安排法



16. 答案： (1) 70；(2) 30；(3) 35

**淵子說**

(1) 8位選4位組成代表團共有  $C_4^8 = 70$  種

(2) 代表團只有1位女生，由3位女生選出1位，選法有  $C_1^3 = 3$  種，而5位男生中要選出3位，其選法有  $C_3^5 = 10$  種，再由乘法原理，全部的代表團組成方式有  $3 \times 10 = 30$  種

(3) 代表團中最多只有1位女生，可以分成女生1位與女生0位兩種情形，女生1位，如(2)有30種組成方式；女生0位，則代表團全由男生組成，其方式有  $C_4^5 = 5$  種，所以共有  $30 + 5 = 35$  種

17. 答案： (1)  $C_{10}^{40}$ ；(2)  $\frac{40!}{30!5!5!}$

**淵子說**

(1) 由40位學生中選10位參加品嚐活動，選法有  $C_{10}^{40}$  種

(2) 由40位學生中選10位參加品嚐活動，選法有  $C_{10}^{40}$  種，而這10位學生又分成5位品嚐甲飲料，5位品嚐乙飲料，其選法有  $\frac{10!}{5!5!}$ ，所以全部的選法有  $C_{10}^{40} \cdot \frac{10!}{5!5!} =$

$\frac{40!10!}{10!30!5!5!} = \frac{40!}{30!5!5!}$  (種)

18. 答案： 13

**淵子說**

設有n人參加比賽，任二位選手都會和對方比賽，

故  $C_2^n = \frac{n(n-1)}{2} = 78$ ，故  $n(n-1) = 156$ ，

$(n-13)(n+12) = 0$ ， $n = 13$  (人) 或  $n = -12$  (不合)，

共有13人參加比賽

19. 答案： (1) 66；(2) 36

**淵子說**

$x + y + z = 10$

(1) 非負整數解有  $H_{10}^3 = C_{10}^{3+10-1} = C_{10}^{12} = C_2^{12} = 66$  (種)

(2) 正整數解

$(x-1) + (y-1) + (z-1) = 7$ ，

令  $x-1 = x'$ ， $y-1 = y'$ ， $z-1 = z'$ ，

$x' + y' + z' = 7$  非負整數解共有

$H_7^3 = C_7^{3+7-1} = C_7^9 = C_2^9 = 36$  (種)

20. 答案： (1) 7種；(2) 100種

	取法數	排列數
4同1異	$C_1^4 \times C_1^2$	$C_1^4 \times C_1^2 \times \frac{5!}{4!}$
3同2同	$C_1^3 \times C_1^2$	$C_1^3 \times C_1^2 \times \frac{5!}{3!2!}$
3同2異	$C_1^3 \times C_2^2$	$C_1^3 \times C_2^2 \times \frac{5!}{3!}$
2同2同1異	$C_2^2 \times 1$	$C_2^2 \times 1 \times \frac{5!}{2!2!}$
合計	7	100

**淵子說**

∴ (1) 7種；(2) 100種

21. 答案： (1) 297個；(2) 67個

**淵子說**

(1) 含中空  $\sim C_1^3 \cdot C_1^3 \cdot C_1^3 \cdot C_1^3 = 81$

不含中空  $\sim 4 \cdot C_2^3 \cdot C_2^7 - 4 \cdot C_2^3 \cdot C_2^3 = 216$

∴ 共  $81 + 216 = 297$  (個)

(2) 1平方單位  $\sim 32$

4平方單位  $\sim 17$

9平方單位  $\sim 4$

16平方單位  $\sim 9$

25平方單位  $\sim 4$

36平方單位  $\sim 1$

∴ 共  $32 + 17 + 4 + 9 + 4 + 1 = 67$  (個)

22. 答案： 126

**淵子說**

0, 1, 2, ..., 9 這10個數中奇數有5個，偶數也有5個，取5個數和要是偶數，則這5個數中可能有

(1) 0個奇數，5個偶數，有1種；或是

(2) 2個奇數，3個偶數，有  $C_2^5 \cdot C_3^5 = 100$  種；或是

(3) 4個奇數，1個偶數，有  $C_4^5 \cdot C_1^5 = 25$  種，

所以共有  $1 + 100 + 25 = 126$  種

23. 答案： 27

**淵子說**

設x, y, z分別為甲、乙、丙三人擲出的點數，由題意  $x + y + z = 10$ ，但  $1 \leq x \leq 6$ ， $1 \leq y \leq 6$ ， $1 \leq z \leq 6$ 。若無限制點數不大於6，則正整數解共有  $C_2^9 = 36$  種，但其中 (1, 1, 8), (1, 8, 1), (8, 1, 1), (1, 2, 7), (1, 7, 2), (2, 1, 7), (2, 7, 1), (7, 1, 2), (7, 2, 1) 這9種不在範圍內應去除，所以有  $36 - 9 = 27$  (種)

24. 答案： 30

**淵子說**

我們可以將它分成二種情形

- ( )  $\begin{cases} D, E, F, G \text{ 取二點} \\ A, B, C \text{ 取一點} \end{cases}$  共有  $C_2^4 \times C_1^3 = 6 \times 3 = 18$  (個)
- ( )  $\begin{cases} D, E, F, G \text{ 取一點} \\ A, B, C \text{ 取二點} \end{cases}$  共有  $C_1^4 \times C_2^3 = 4 \times 3 = 12$  (個)
- 由( ) ( ) 共可組成  $18 + 12 = 30$  (個) 三角形

25. 答案： 210 種

**淵子說**

甲、乙外的七人，丙、丁、戊……壬中，選出 2 人配甲成一組，再選出 2 人配乙成一組，另外 3 人為一組  
故有  $C_2^7 C_2^5 C_3^3 = 210$  種

26. 答案： 21, 176

**淵子說**

1 個  $m$ , 2 個  $p$ , 4 個  $s$ , 4 個  $i$

四同  $\sim C_1^2 = 2 \quad 2 \times \frac{4!}{4!} = 2$

三同一異  $\sim C_1^2 \cdot C_1^3 = 6 \quad 6 \times \frac{4!}{3!} = 24$

二同二同  $\sim C_2^3 = 3 \quad 3 \times \frac{4!}{2!2!} = 18$

二同二異  $\sim C_1^3 \cdot C_2^3 = 9 \quad 9 \times \frac{4!}{2!} = 108$

四異  $\sim C_4^4 = 1 \quad 1 \times 4! = 24$

$\therefore$  組合數為  $2 + 6 + 3 + 9 + 1 = 21$

排列數為  $2 + 24 + 18 + 108 + 24 = 176$

27. 答案： 166375 種

**淵子說**

每個人之買法有  $H_1^5 + H_2^5 + H_3^5 = (C_1^5 + C_2^5 + C_3^5) = 5 + 15 + 35 = 55$  種

3 人買法共有  $55 \times 55 \times 55 = 166375$  種

28. 答案： 90

**淵子說**

$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$

令  $x = 2^{a_1} 3^{b_1} 5^{c_1}$ ,  $y = 2^{a_2} 3^{b_2} 5^{c_2}$ ,  $z = 2^{a_3} 3^{b_3} 5^{c_3}$ , 其中  $0 \leq a_i \leq 3$ ,

$0 \leq b_j \leq 1, 0 \leq c_k \leq 1$ , 且  $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 3 \\ b_1 + b_2 + b_3 = 1 \\ c_1 + c_2 + c_3 = 1 \end{cases}$ , 故  $a_i$  共有  $C_3^5 =$

10 個解,  $b_j$  共有  $C_1^3 = 3$  個解,  $c_k$  共有  $C_1^3 = 3$  個解, 因此  $xy$   
 $z = 120$  的正整數解有  $10 \times 3 \times 3 = 90$  個

29. 答案： (1) 28; (2) 56

**淵子說**

(1)  $C_2^8 = 28$  (條) (2)  $C_3^8 = 56$  (個)

30. 答案： (1) 243; (2) 1024; (3) 21; (4) 56

**淵子說**

(1)  $3^5 = 243$  (2)  $4^5 = 1024$

(3)  $x + y + z = 5 \Rightarrow H_3^5 = C_3^5 = 21$

(4)  $x + y + z \leq 5 \Rightarrow x + y + z + w = 5 \Rightarrow H_4^5 = C_4^5 = 56$

31. 答案： 462 種

**淵子說**

取捷徑由  $A$  點經過第二象限至  $B$  點的每一種走法, 都必須穿過直線  $x + y = 0$  一次, 即要過  $P, Q, R$  之一

(1)  $A \rightarrow P \rightarrow B$  有  $\frac{7!}{3!4!} \times \frac{5!}{3!2!} = 350$  種走法

(2)  $A \rightarrow Q \rightarrow B$  有  $\frac{7!}{2!5!} \times \frac{5!}{4!1!} = 105$  種走法

(3)  $A \rightarrow R \rightarrow B$  有  $\frac{7!}{1!6!} \times \frac{5!}{5!} = 7$  種走法

所求共  $350 + 105 + 7 = 462$  種

32. 答案： (1) 12; (2) 6; (3) 2; (4) 20; (5) 60

**淵子說**

(1)  $4 \times 3 = 12$  (個)

(2) 面積為 4, 則邊長為 2。有  $3 \times 2 = 6$  (個)

(3) 面積為 9, 則邊長為 3。有  $2 \times 1 = 2$  (個)

(4)  $12 + 6 + 2 = 20$  (個)

(5)  $(4 + 3 + 2 + 1) \times (3 + 2 + 1) = 10 \times 6 = 60$  (個)

33. 答案： 660 種

**淵子說**

先排“生, 如, 生, 如”故有  $\frac{4!}{2!2!}$  種, 再將“人, 夢, 人, 夢”分成如下:

(1) 全部分開插入有  $\frac{P_4^5}{2!2!} = 30$  種

(2) “人與人”相鄰 (或“夢與夢”相鄰), “夢與夢”

分開插入有  $\frac{P_3^5}{2!} \times 2 = 60$  種

(3) “人與人”相鄰且“夢與夢”相鄰插入有  $P_2^5 = 20$

種, 故共有  $\frac{4!}{2!2!} \times (30 + 60 + 20) = 660$  種。

34. 答案： (1) 60; (2) 360; (3) 15; (4) 90; (5) 15; (6) 90

**淵子說**

(1)  $C_1^6 \times C_2^5 \times C_3^3 = 60$  (2)  $60 \times 3! = 360$

(3)  $\frac{C_1^6 \times C_1^5 \times C_4^4}{2!} = 15$  (4)  $15 \times 3! = 90$

(5)  $\frac{C_2^6 \times C_2^4 \times C_2^2}{3!} = 15$  (6)  $15 \times 3! = 90$

35. 答案： (1) 15; (2) 180; (3) 111

**淵子說**

(1)  $\frac{C_6^6 C_2^4 C_2^2}{3 \times 2} = 15$

(2)  $H_3^3 \times H_2^3 \times H_1^3 = C_3^5 \times C_2^4 \times C_1^3 = 10 \times 6 \times 3 = 180$

(3)  $180 - C_1^3 (H_3^2 \cdot H_2^2 \cdot H_1^2 - 2) - 3 = 180 - 66 - 3 = 111$

36. 答案： 19

**淵子說**

當  $x_3 = 4$  時, 有一組解  $(0, 0, 4)$ ;

當  $x_3 = 3$  時, 有二組解  $(3, 0, 3), (1, 1, 3)$ ;

當  $x_3 = 2$  時, 有四組解  $(6, 0, 2), (4, 1, 2), (2, 2, 2), (0, 3, 2)$ ;

當  $x_3 = 1$  時, 有五組解  $(9, 0, 1), (7, 1, 1), \dots, (1, 4, 1)$ ;

當  $x_3 = 0$  時, 有七組解  $(12, 0, 0), (10, 1, 0), \dots, (0, 6, 0)$ ; 共 19 組

37. 答案： 2165 種

**淵子說**

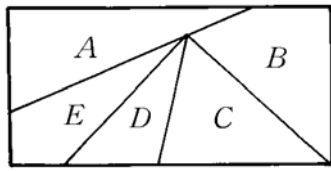
先假設為  $(a-b)(b-c)(c-d)(d-e)(e-a) \neq 0$ , 可將其視成爲如下的附圖:

(1)  $AC$  同色有  $5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 240$

(2)  $AC$  異色有  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot (1 \cdot 3 + 3 \cdot 3) = 720$

故有 960, 全部著法有  $5^5 = 3125$

則滿足題意的方法爲  $3125 - 960 = 2165$



38. 答案： 211876

**淵子說**

此為將 45 票分給 5 種不同玩偶分法有多少種問題，由相同事物任意分配公式，得票數的組合共有  $C_{45}^{49} = C_4^{49}$

$$= \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 211876 \text{ (種)}$$